

СБОРНИК № 4

СЕМЕСТРОВЫХ ЗАДАНИЙ

ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ

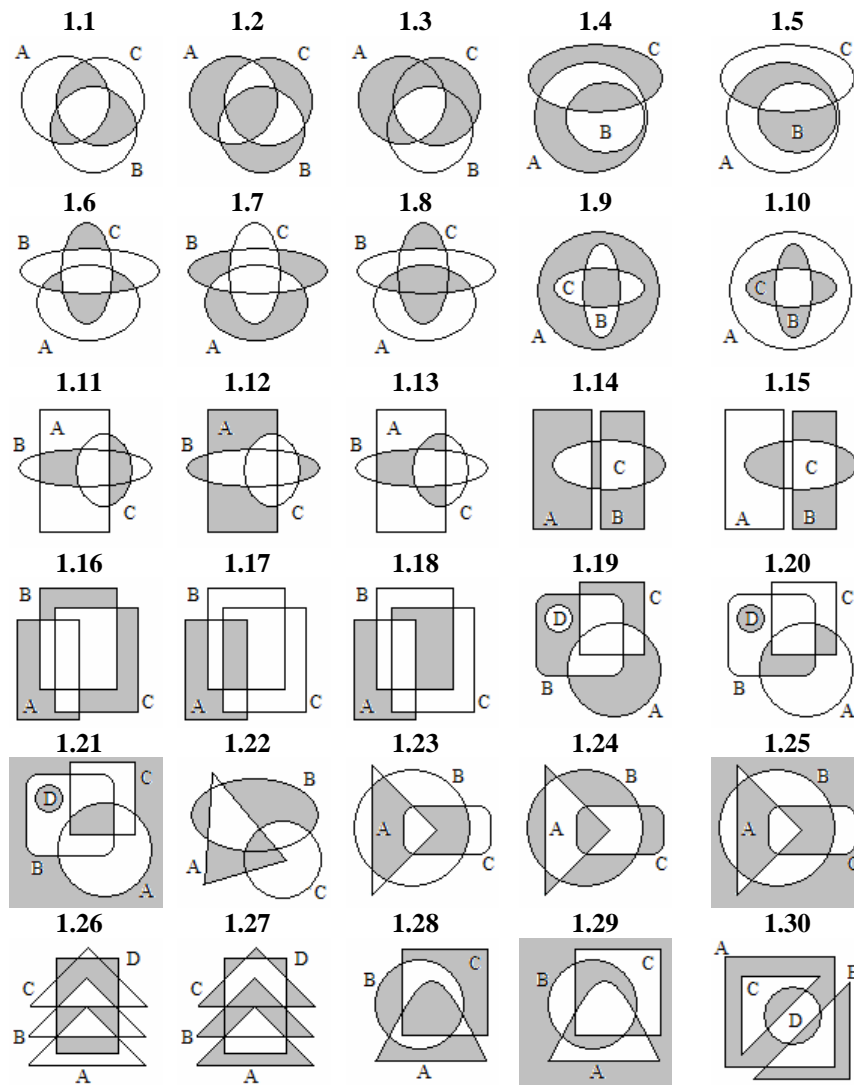
теория вероятностей,
элементы математической статистики
и теории графов

для студентов инженерных специальностей

2007

В сборнике подобраны однотипные одинаковой степени сложности задачи. Каждое задание содержит 30 вариантов. Предлагаемые в сборнике задачи предназначены для студентов дневной и заочной форм обучения. Сборник содержит задания по темам, соответствующим программе по курсу высшей математики для студентов инженерных специальностей.

ЗАДАНИЕ 1. Записать с помощью операций над множествами, выражения для заштрихованных областей.



ЗАДАНИЕ 2. Проверить справедливость равенств графически и алгебраически :

- | | |
|---|--|
| 2.1 $\overline{(\bar{A} \setminus B) \setminus A} = A + B$ | 2.11 $AB + \overline{A+B} = A$ |
| 2.2 $A \setminus \overline{(B+A)} = A$ | 2.12 $A+B \cdot (A+C) + A \cdot C = A+B \cdot C$ |
| 2.3 $\overline{(A \setminus B)} \cdot \bar{B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ | 2.13 $\overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}} = \overline{(A+B) \cdot (A+C)}$ |
| 2.4 $\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B} \setminus A)} = A+B$ | 2.14 $\bar{A} \cdot \overline{(\bar{B} \setminus A)} = \overline{A+B}$ |
| 2.5 $\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B}) + B} = A \cdot B$ | 2.15 $\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B}) + B} = \overline{A \cdot \bar{B}}$ |
| 2.6 $\overline{\bar{B} + \overline{(A \setminus B)}} = \emptyset$ | 2.16 $\overline{(\bar{A} \setminus B) \setminus A} = A+B$ |
| 2.7 $\overline{(A \cdot \bar{B})} = A \cdot B$ | 2.17 $A \setminus \overline{(B+A)} = A$ |
| 2.8 $\overline{((A \setminus \bar{B}) \setminus \bar{A}) \setminus \bar{B}} = A \cdot B$ | 2.18 $\overline{(A \setminus B) \cdot \bar{B}} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ |
| 2.9 $\overline{((A \setminus B) + \bar{A}) \cdot B} = \bar{A} \cdot B$ | 2.19 $\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B} \setminus A)} = A+B$ |
| 2.10 $\overline{(\bar{A} \setminus B) \setminus A} = A+B$ | 2.20 $\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B}) + B} = A \cdot B$ |
| 2.21 $\overline{\bar{B} + \overline{(A \setminus B)}} = \emptyset$ | 2.26 $\overline{\bar{A} + \bar{B} + \bar{C}} = \overline{(A+B) \cdot (A+C)}$ |
| 2.22 $\overline{(A \cdot \bar{B})} = A \cdot B$ | 2.27 $\bar{A} \cdot \overline{(\bar{B} \setminus A)} = \overline{A+B}$ |
| 2.23 $\overline{((A \setminus \bar{B}) \setminus \bar{A}) \setminus \bar{B}} = A \cdot B$ | 2.28 $\overline{(\bar{A} \cdot \bar{B}) + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$ |
| 2.24 $AB + \overline{A+B} = A$ | 2.29 $\overline{((A \setminus B) + \bar{A}) \cdot B} = \bar{A} \cdot B$ |
| 2.25 $A+B \cdot (A+C) + A \cdot C = A+B \cdot C$ | 2.30 $\overline{(\bar{A} \setminus B) \setminus A} = A+B$ |

ЗАДАНИЕ 3. Решить задачу.

- 3.1. Телефонный номер состоит из семи цифр. Найти вероятность того, что все цифры различны.
- 3.2. В магазин поступило 30 новых телевизоров, среди которых 5 имеют скрытые дефекты. Наудачу выбирается один телевизор для проверки. Какова вероятность того, что он не имеет скрытых дефектов?
- 3.3. Автомат изготавливает однотипные детали, причем технология изготовления такова, что 5% произведенной продукции оказывается бракованной. Из большой партии наудачу взята одна деталь для проверки. Найти вероятность того, что эта деталь бракованная.
- 3.4. Гость, рассматривая книги на полке, случайно уронил 5 стоящих подряд книг. Какова вероятность того, что ему удастся поставить книги в прежнем порядке?
- 3.5. n шаров случайным образом размещаются по n ящикам. Найти вероятность того, что все ящики будут заняты.

3.6. Имеются 7 билетов: 3 в один театр и 4 – в другой. Сколькими способами они могут быть распределены между студентами группы из 25 человек? Предполагается, что каждому достанется не более одного билета и все билеты в один театр равноценны.

3.7. На столе экзаменатора 20 билетов. 5 студентов берут билеты по очереди, причем каждый раз билет возвращается в общую кучу и билеты перетасовываются. Какова вероятность того, что по крайней мере одному студенту "повезет" и он будет отвечать по билету, на который уже отвечал его товарищ?

3.8. 6 человек садятся в поезд из десяти вагонов, причем каждый из них выбирает вагон наудачу. Какова вероятность того, что а) все они окажутся в одном вагоне, б) все они окажутся в разных вагонах?

3.9. Ребенок играет с 10 буквами разрезной азбуки : А,А,А,Е,И,К,М,М,Т,Т. Какова вероятность того, что при случайном расположении букв в ряд он получит слово "МАТЕМАТИКА".

3.10. Семь человек становятся случайным образом в очередь один за другим. Какова вероятность того, что два определенных человека станут рядом?

3.11. Группа из n человек, в том числе А и В, располагаются в ряд в случайном порядке. Найти вероятность того, что между А и В будут стоять r человек ($0 \leq r \leq n-2$).

3.12. n человек случайным образом располагаются за круглым столом. Какова вероятность того, что два конкретных человека окажутся рядом?

3.13. Найти вероятность максимального выигрыша в спортлото (угадать 6 из 49 номеров)?

3.14. В пачке 1000 лотерейных билетов, из которых 10 выигрышные. Какова вероятность выиграть хоть что-нибудь, имея а) 3 билета; б) 100 билетов?

3.15. В магазине 10 телевизоров, из них 4 со скрытыми дефектами. За день продано 5 телевизоров. Найти вероятность того, что из них только два полностью исправных.

3.16. В коробке лежат 7 одинаковых изделий, из них 3 окрашенных. Наудачу извлечены 3 изделия. Найти вероятность того, что среди них окажется а) одно окрашенное; б) два окрашенных; в) хотя бы одно окрашенное изделие.

3.17. Среди 12 изделий имеется 3 изделия отличного качества, 7 годных и 2 дефектных. Найти вероятность того, что среди 6 отобранных изделий будет ровно 2 изделия отличного качества, 3 годных и 1 дефектное.

3.18. В библиотеке имеется 15 задачников нового издания и 10 старого. Какова вероятность того, что все студенты группы из 5 человек, получают задачники одного года издания?

3.19. Из урны, содержащей 5 белых, 6 красных и 9 черных шаров, наудачу извлекают 2 шара. Какова вероятность того, что будут извлечены одноцветные шары?

3.20. На группу из 15 человек предоставлено для производственной практики 6 мест на завод №1, 5 мест- на завод №2 и 4 места- на завод №3. Какова веро-

ятность того, что при случайном распределении мест три неразлучных друга из этой группы попадут на практику на один завод?

3.21. При соблюдении установленного технологического режима вероятность брака составляет 0,05. При выборочном контроле качества проверена партия из 20 изделий, среди которых оказалось 3 бракованных. Есть ли основания утверждать, что установленный технологический режим не соблюдается?

3.22. Ирочка наивно верит, что если она соберет 20 разных наклеек от жевачек Барби и отошлет их по указанному адресу, то добрые тети и дяди пришлют ей взамен настоящую куклу Барби. Объясните Ирочке строго математически нереальность ее затеи, вычислив вероятность собрать 20 разных наклеек, купив ровно 20 жевачек. (*Вероятность вытащить любую наклейку из произвольной жевачки одна и та же*).

3.23. Чайный сервиз на 6 персон состоит из 6 чашек, 6 блюдец, чайника, сахарницы и молочника. Во время ссоры Клава запустила в Григория тремя первыми попавшимися под руку предметами из сервиза. Какова вероятность того, что не пострадали чашки? (*Указание: считать, что предметы попадают Клаве под руку совершенно случайно.*)

3.24. Водопроводчик Вася поздно вечером возвращается домой. У него в руках связка из пяти ключей, причем только один подходит к дверям квартиры. По причинам, о которых можно только догадываться, Вася пробует ключи наугад так, что при каждой попытке любой ключ, включая нужный, выбирается с одинаковой вероятностью. За этим захватывающим зрелищем через замочную скважину дверей соседней квартиры внимательно следят Иван Кузьмич и Пелагея Марковна. Иван Кузьмич готов биться об заклад, что Вася и с третьей попытки в дом не попадет. Пелагея Марковна же утверждает, что, по крайней мере, на третий раз дверь поддастся. У кого больше шансов победить в споре?

3.25. Фирма "ХаХаХа" выпустила акции и обещает своим вкладчикам несусветные дивиденды. Котировки акций меняются каждый день так, что стоимость одной акции возрастает в два раза. В понедельник, в первый день продажи акций, Пелагея Марковна, отстояв многочасовую очередь, втайне от мужа Ивана Кузьмича вложила в фирму 200 тысяч рублей из своей пенсии, надеясь к концу недели получить 12 млн. 600 тыс. рублей чистой прибыли. Сбудутся ли ее чаяния, если вероятность того, что лавочка не закроется, в день открытия составляла $1/10$ и каждый день уменьшается в 10 раз? (*Найти вероятность указанного события.*)

3.26. Студентка Люся Копейкина к зачету успела выучить только 10 вопросов из 20, но надеется, что в случае неудачи уговорит профессора задать ей второй вопрос. По многолетним наблюдениям профессора можно разжалобить в двух случаях из трех, и это соотношение не меняется с годами. Каковы Люсины шансы сдать зачет?

3.27. Студент филфака Петя ставит три ящика пива против двух, что, выучив 12 билетов из 30, он сдаст зачет по крайней мере со второго раза. Стоит ли

его приятелю заключать пари? (*Указание: найти отношение вероятностей благоприятного и неблагоприятного для Пети событий*)

3.28. В понедельник, после двух выходных, токарь Григорий вытачивает левовинтовые шурупы вместо обычных правовинтовых с вероятностью 0.5. Во вторник этот показатель снижается до среднецехового - 0.2. В остальные дни недели Григорий ударно трудится и процент брака среди изготавливаемых им шурупов составляет 10 %. При проверке недельной партии шурупов, выточенных Григорием, случайно выбранный шуруп оказался дефектным. Какова вероятность того, что шуруп изготовлен в понедельник?

3.29. Фасовщица развешивает пряники в пакеты - по 1 кг в пакет. Пакеты складываются в коробки - по 20 штук в коробку. Каждый из 10 пакетов фасовщица недовешивает. Контролер подозревает фасовщицу в нечестности. Из 10 произвольных коробок он берет по одному пакету на проверку. Какова вероятность того, что у контролера в руках окажется 3 недовешенных пакета?

3.30. По многолетним наблюдениям в районе 6-м телескопа из 30 ноябрьских ночей ясных бывает в среднем 10. Группе астрономов, собирающихся сделать мировое открытие, выделено 4 ночи для наблюдений. Найти вероятность того, что мировое открытие будет совершено, если для этого требуется по крайней мере 2 ясные ночи.

ЗАДАНИЕ 4. Решить задачу.

4.1. Группу из 15 человек требуется разбить на 3 подгруппы, в первой из которых должно быть 6 человек, во второй – 5 человек, в третьей- 4 человека. Скольким числом способов это можно сделать?

4.2. В студенческой группе 24 человека, из них 12 юношей и 12 девушек. Для проведения практических занятий в компьютерном классе группа случайным образом разбивается на две подгруппы по 12 человек в каждой. Найти вероятность того, что в каждой подгруппе юношей и девушек будет поровну.

4.3. 7 шаров размещаются случайным образом по 7 ящикам. Найти: а) вероятность того, что первый и второй ящики содержат по 2 шара, третий, четвертый и пятый- по одному шару, а шестой и седьмой пусты; б) вероятность того, что два ящика содержат по 2 шара, три- по одному, а остальные пусты.

4.4. Найти вероятность того, что при случайном размещении 7 шаров по 7-ми ящикам ровно один ящик останется пустым.

4.5. В ящике 5 белых, 3 красных и 2 черных шара. Наудачу выбирают 6 шаров. Найти вероятность того, что выборка будет содержать 3 белых, 2 красных и 1 черный шар, если: а) выборка производится без возвращения (все 6 шаров отбираются сразу); б) выборка производится с возвращением (фиксируется цвет выбранного шара, после чего он возвращается в ящик).

4.6. В конверте среди 100 фотографий находится одна разыскиваемая. Из конверта наудачу извлечены 20 фотографий. Найти вероятность того, что среди них окажется нужная.

4.7. Двое договорились встретиться в промежутке от 17 до 18 часов. Найти вероятность того, что пришедший первым должен будет ждать не более получаса.

4.8. Работница обслуживает два одинаковых станка. Наблюдения показали, что каждый из них один раз в течение часа останавливается и работница тратит 6 минут на его обслуживание. При этом остановка может произойти с равной возможностью в любой момент времени. Найти вероятность того, что в течении часа один из станков остановится в тот момент, когда работница будет занята обслуживанием другого станка.

4.9. Студент может добраться в университет либо на маршрутке, интервал движения которой составляет 7 минут, либо на троллейбусе, интервал движения которого составляет 10 минут. Найти вероятность того, что студенту, пришедшему на остановку в случайный момент времени, придется ждать не более трех минут.

4.10. Наудачу взяты два положительных числа X и Y каждое из которых не превышает единицы. Найти вероятность того, что сумма $X+Y$ не превышает 1, а произведение XY не превышает 0,09.

4.11. Из 100 студентов английский язык знают 28 студентов, немецкий- 30, французский- 42, английский и немецкий- 8, английский и французский-10, немецкий и французский- 5, все три языка знают 3 студента. Сколько студентов не знают ни одного языка?

4.12. В результатах обследования рынка приводятся следующие данные: из 1000 опрошенных 811 нравится шоколад, 752 нравятся конфеты, 418- леденцы, 570-шоколад и конфеты, 356- шоколад и леденцы, 348 — леденцы и конфеты, а 297 все три вида сладостей. Показать, что в этой информации содержатся ошибки.

4.13. Вероятность того, что станок- автомат изготовит годное изделие, равна 0,8. Вероятность того, что брак будет обнаружен контролером, равна 0,85. Найти вероятность того, что заготовка, поступившая на станок- автомат, в конце концов будет выброшена контролером как брак.

4.14. Для сигнализации о пожаре в комнате установлены два независимо действующих сигнализатора, один из которых срабатывает в случае пожара с вероятностью 0,95, а второй- с вероятностью 0,9. Найти вероятность того, что в случае пожара: а) оба сигнализатора сработают; б) ровно один сигнализатор сработает.

4.15. Для некоторой местности среднее число пасмурных дней в июле равно 6. Найти вероятность того, что первого и второго июля будет ясная погода.

4.16. Вероятность того, что интересующая студента книга есть в библиотеке учебных пособий, равна 0,5. Вероятность того, что она есть в научной библиотеке, равна 0,9. Из обеих библиотек 40% фонда выдано на руки студентам. Найти вероятность того, что студент получит нужную ему книгу.

4.17. В ящике 10 деталей, из которых 4 нужного типа. Сборщик наудачу взял 3 детали. Найти вероятность того, что хотя бы одна из деталей нужного типа.

4.18. Мастер, имея 10 деталей, из которых 3 нестандартных, берет и проверяет детали одну за другой, пока ему не попадется стандартная. Какова вероятность того, что он проверит: а) ровно 2 детали; б) не менее двух деталей?

4.19. Из 60 вопросов студент подготовил к экзамену 50. Для сдачи экзамена достаточно ответить на два вопроса из трех, имеющихся в билете. Какова вероятность того, что студент сдаст экзамен?

4.20. В старинной игре в кости для выигрыша было необходимо при бросании трех игральных костей получить сумму очков, превосходящую 10. Найти вероятность выигрыша.

4.21. Игрок Смит бросает 6 игровых костей и выигрывает, если выпадет хотя бы одна единица. Игрок Джонс бросает 12 игровых костей и выигрывает, если выпадет хотя бы две единицы. У кого больше шансов выиграть?

4.22. В самом тихом районе Чикаго за неделю совершается 7 ограблений. Найти вероятность того, что хотя бы один день в неделю полиция будет отдыхать? (Примечание: все возможные распределения числа ограблений по дням недели равновероятны.)

4.23. Студент появляется в аудитории равновероятно в любой момент времени от 8.00 до 8.10, а преподаватель соответственно от 8.00 до 8.05. Какова вероятность того, что студент не опоздал (пришел раньше преподавателя)?

4.24. Студент появляется в аудитории равновероятно в любой момент времени от 7.55 до 8.05, а преподаватель соответственно от 8.00 до 8.05. Какова вероятность, что студент не опоздал (пришел раньше преподавателя)?

4.25. Автомат изготавливает однотипные детали, причем технология изготовления такова, что 5% произведенной продукции оказывается бракованной. Из большой партии взята наудачу одна деталь для контроля. Найти вероятность того, что деталь бракованная.

4.26. 20 футбольных команд, среди которых 4 призера предыдущего первенства, разбиваются на четыре занумерованных подгруппы по 5 команд. Найти вероятности событий: А- в первую и вторую подгруппы не попадет ни один из призеров; В- в каждую подгруппу попадет один из призеров.

4.27. 52 карты раздаются четырем игрокам (каждому по 13 карт). Найти вероятности следующих событий: А- каждый игрок получит туза, В- один из игроков получит все 13 карт одной масти.

4.28. Известно, что 5% всех мужчин и 0,25% всех женщин – дальтоники. На обследование прибыло одинаковое число мужчин и женщин. Наудачу выбранное лицо - дальтоник. Какова вероятность того, что это мужчина?

4.29. Статистика, собранная среди студентов одного из вузов, показала: 60% всех студентов занимаются спортом, 40% участвуют в научной работе на кафедрах и 20% занимаются и спортом и участвуют в научной работе. Корреспондент местной газеты подошел к случайному студенту. Найти вероятности следующих событий: А- студент занимается по крайней мере одним из указанных видов деятельности; В-студент занимается одним только спортом; С-студент занимается одним только видом деятельности.

4.30. При переливании крови надо учитывать группу крови донора и больного. Человеку имеющему четвертую группу крови, можно переливать кровь любой группы; человеку со второй или третьей группой крови можно переливать кровь либо той же группы либо первой; человеку с первой группой можно переливать кровь только первой группы. Среди населения 33,7% имеют первую, 37,5% - вторую, 20,9%- третью, 7,9%- четвертую группу крови. Найти вероятность, что случайно взятому больному можно перелить кровь случайно взятого донора.

ЗАДАНИЕ 5. Решить задачу.

5.1. Новой секретарше поручили отправить три письма в разные города. Вместо того, чтобы сразу подписать конверты, она сначала заклеила конверты с вложенными письмами и пошла выпить кофе, а вернувшись, надписала запечатанные конверты (ничем не отличающиеся друг от друга). Найти вероятность того, что по крайней мере одно письмо дойдет по правильному адресу.

5.2. Бросают три кубика. Какова вероятность того, что хотя бы на одном из них выпадет "шестерка", если известно что на всех кубиках выпали разные грани?

5.3. Группе из 25 человек роздан список из 40 обязательных задач к экзамену по теории вероятностей. 15 человек получают на экзамене по 2 задачи из списка, а 10 – по одной. Студент успел подготовить 30 задач. Какова вероятность того, что он знает хотя бы одну из задач, доставшихся ему на экзамене?

5.4. Контрольную перед экзаменом 6 студентов выполнили полностью, 12-наполовину, а 7 студентов не смогли сделать ничего. Студенты первой подгруппы (сделавшие контрольную полностью) с равной вероятностью могут получить на экзамене "4" или "5", студенты второй подгруппы (сделавшие контрольную работу наполовину) с вероятностью 0,2 получают "3", с вероятностью 0,6 – "4" и с вероятностью 0,2- "5". Студенты третьей подгруппы с равной вероятностью могут получить "3" или "2". Найти вероятность того, что наудачу выбранный студент получит: а) "пятерку"; б) "четверку"; в) "тройку".

5.5. Три экзаменатора принимают экзамен по некоторому предмету у группы в 30 человек, причем первый успевает опросить 6 студентов, второй -3, а третий- 21 студента (выбор студентов производится случайным образом из списка). Отношение трех экзаменаторов к слабо подготовленным студентам различное: шансы таких студентов сдать экзамен у первого преподавателя равны 40%, у второго – только 10%, зато у третьего- 70 %. а) Найти вероятность того, что слабо подготовившийся студент сдаст экзамен; б) Известно, что студент сдавал экзамен, но получил "неуд". Кому из трех преподавателей вероятнее всего он отвечал?

5.6. В отделе технического контроля работают мастер, проверяющий 80% изготовленных изделий, и ученик, проверяющий 20% изделий. Мастер замечает брак в 85% случаев, тогда как ученик только в 90% случаев. Изделие, про-

шедшее контроль, оказалось дефектным и было возвращено покупателем. Какое из событий является более вероятным: "данное изделие проверял мастер" или "данное изделие проверял ученик"?

5.7. Вероятность того, что изготовленное на данном предприятии изделие удовлетворяет стандарту, равна 0,92. Предлагается упрощенный метод проверки изделий на стандартность, который дает положительный результат с вероятностью 0,95 для изделий действительно удовлетворяющих стандарту, но также дает положительный результат с вероятностью 0,1 для изделий, в действительности не удовлетворяющих стандарту. Найти вероятность того, что изделие, признанное при упрощенной проверке стандартным, действительно удовлетворяет стандарту.

5.8. На складе имеются приборы, изготовленные тремя заводами: 2 изготовлены заводом №1, 5- заводом №2, 3- заводом №5. Вероятность того, что в течение гарантийного срока ремонт не потребует, для продукции этих заводов, соответственно, равны 0,8; 0,9; 0,7. Взятый со склада прибор потребовал ремонта. Каким заводом вероятнее всего был изготовлен прибор?

5.9. В каждом из 30 экзаменационных билетов один из 30 вопросов программы. Если студент знает только 25 вопросов, то когда выгоднее идти отвечать: первым, вторым, третьим или последним? (Иначе говоря, нельзя ли увеличить вероятность вытащить выученный билет, правильно рассчитав момент похода к столу экзаменатора?)

5.10. В некотором городе за сутки родилось 6 детей. Найти вероятность того, что ровно 3 из них – мальчики (вероятность рождения мальчика - 0,5).

5.11. Предполагая, что вероятности рождения мальчика и девочки одинаковы, найти вероятность того, что в семье имеющей 5 детей, не менее трех мальчиков.

5.12. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,8. Найти вероятность того, что он поразит мишень не менее двух раз, сделав 4 выстрела.

5.13. Вероятность попадания стрелком в десятку равна 0,7, а в девятку- 0,3. Определить вероятность того, что данный стрелок при трех выстрелах наберет не менее 29 очков.

5.14. Предположим, что вероятность взятия вратарем одиннадцатиметрового штрафного удара равна 1/4. Иногда думают, что это означает, что из четырех одиннадцатиметровых ударов вратарь обязательно возьмет один. Какова на самом деле вероятность того, что вратарь: а) возьмет по крайней мере один мяч из четырех; б) возьмет не менее двух мячей из восьми?

5.15. В автомобильных гонках участвуют 5 машин. Для каждой машины вероятность дойти до финиша составляет 0,8. Найти вероятность того, что большинство машин дойдет до финиша.

5.16. Экзамен состоит из 6 вопросов, которые задает компьютер. На каждый вопрос предлагается 3 варианта ответа, из которых надо выбрать один правильный. Какова вероятность того, что совершенно не готовясь к экзамену, удастся угадать правильные ответы по крайней мере на 5 вопросов?

- 5.17.** Два равносильных противника играют в шахматы. Что вероятнее: а) выиграть одну партию из двух или две партии из четырех; б) выиграть не менее двух партий из четырех или не менее трех партий из пяти (ничьи во внимание не принимаются)?
- 5.18.** Для победы в волейбольном состязании команде необходимо выиграть три партии из пяти; команды неравносильны. Определить вероятность выигрыва в каждой партии для первой команды, если для уравнивания шансов она должна дать фору в две партии (нарочно проиграть первые две партии).
- 5.19.** Двое бросают монету по 4 раза каждый. Найти вероятность того, что у них выпадет одинаковое число гербов.
- 5.20.** В эксперименте, состоящем из трех независимых испытаний, вероятность ровно двух успехов в 12 раз больше вероятности трех успехов. Найти вероятность успеха в одном испытании.
- 5.21.** Из кошелька на стол выпали 10 монет. Какова вероятность того, что число монет, которые лежат гербами вверх: а) равно 5; б) заключено между 4 и 6 (включая границы); в) заключено между 3 и 7 (включая границы) г) заключено между 2 и 8 (включая границы)?
- 5.22.** В комнате всего 2 телефона на 6 человек. Каждый из них пользуется телефоном в среднем 10 минут в течение часа. а) Найти вероятность того, что оба телефона окажутся заняты; б) Как изменится эта вероятность, если каждый станет пользоваться телефоном в среднем по 20 минут в час?
- 5.23.** Шесть шаров, среди которых 3 белых и 3 черных, распределены по двум урнам. Наудачу выбирается урна, а из нее — один шар. Как нужно распределить шары по урнам, чтобы вероятность события А — вынутый шар белый, была максимальной?
- 5.24.** В урне лежит шар неизвестного цвета — с равной вероятностью белый или черный. В урну опускается один белый шар и после тщательного перемешивания наудачу извлекается один шар. Он оказывается белым. Какова вероятность того, что в урне остался белый шар?
- 5.25.** Три стрелка производят по одному выстрелу в одну и ту же мишень. Вероятности попадания в мишень при одном выстреле для каждого из стрелков соответственно равны p_1, p_2, p_3 . Какова вероятность того, что второй стрелок промахнулся, если после выстрелов в мишени оказалось две пробоины?
- 5.26.** Автомобильный номер содержит 4 цифры. Какова вероятность того, что сумма первых двух цифр равна сумме последних двух цифр?
- 5.27.** Известно, что в семье двое детей. Найти вероятность того, что в семье два мальчика, если известно что в семье есть мальчик.
- 5.28.** В ящике 30 исправных предохранителей и 5 с дефектом. Необходимо заменить 3 предохранителя. Какова вероятность того, что а) все 3 предохранителя исправны; б) один предохранитель с дефектом?
- 5.29.** На двух станках изготавливаются однотипные изделия. Производительность первого станка в 3 раза выше, чем второго. Из общего числа изделий, изготовленных на двух станках за одно и то же время, мастер наугад берет

два изделия. Чему равна вероятность того, что оба изделия окажутся изготовленными а) на каком-либо одном станке б) на различных станках?

5.30. Из восемнадцати стрелков пять попадают в цель с вероятностью 0,8, семь с вероятностью 0,7, четыре — с вероятностью 0,6 и два — с вероятностью 0,5. Выбранный наугад стрелок произвел два выстрела и поразил мишень. К какой из групп он вероятнее всего принадлежал?

ЗАДАНИЕ 6* Решить задачу.

6.1.* В группе из 23 человек у двух человек совпали дни рождения. Насколько удивительным (вероятным) следует считать этот факт?

6.2.* Существует древнее гадание. Девушка зажимает в руке шесть травинок так, чтобы концы травинок торчали сверху и снизу. Подруга связывает эти травинки попарно между собой сверху и снизу в отдельности. Если при этом все шесть травинок окажутся связанными в одно кольцо, то это означает, что девушка скоро выйдет замуж. Найдите вероятность успеха в таком гадании.

6.3.* Для оценки общего числа рыб, живущих в озере, выловили 100 рыб и пометив, отпустили снова в озеро. При повторном отлове среди 100 выловленных рыб оказалось 10 меченых. Каково наиболее вероятное число рыб в озере?

6.4.* Партия из 100 деталей проверяется контролером, который наугад отбирает 10 деталей и определяет их качество. Если среди выбранных контролером изделий нет ни одного бракованного, то вся партия принимается; в противном случае партия целиком бракуется и отправляется на сплошной контроль. Достаточно ли доля проверяемых изделий, если принять, что 10%-й уровень контроля брака расценивается как недопустимо большой?

6.5.* Номер автобусного билета состоит из 6 цифр. Назовем билет "счастливым", если сумма первых трех цифр равна сумме последних трех цифр. Найти вероятность получить "счастливый" билет.

6.6.* Найти вероятность того, что наудачу взятое натуральное число, не превышающее 1000, кратно либо двум, либо пяти.

6.7.* Двое поочередно бросают монету. Выигрывает тот, у кого раньше появится герб. Определить вероятность выигрыша для каждого из игроков.

6.8.* В некоторой лотерее каждый сотый билет выигрышный. Сколько надо купить билетов, чтобы с вероятностью 0,95 быть уверенным в том, что хотя бы один билет окажется выигрышным?

6.9.* Сколько раз надо бросить игральную кость, чтобы на 95% быть уверенным в том, что хотя бы при одном бросании появится "шестерка"?

6.10.* Многократно производится расчет на компьютере значения сложного выражения. При проведении расчета, из-за случайных сбоев ошибка может возникнуть с вероятностью 0,1. Сколько расчетов надо произвести, чтобы можно было на 90% быть уверенным в том, что хотя бы один расчет проведен ошибочно?

6.11.* Известно, что при бросании игральной кости 18 раз появилась по крайней мере одна "единица". Какова вероятность того, что появились две или более "единицы"?

6.12.* Первого апреля шутник снял с вешалок все сданные в раздевалку пальто и развесил их затем как попало (используя те же вешалки). Какова вероятность того, что найдется человек, который не сможет оценить "шутки", поскольку на предъявленный номерок ему выдадут его собственное пальто (случайно попавшее на нужную вешалку)?

6.13.* Студент напечатал дипломную работу на 50 страницах, но не успел переплести; перед защитой папка с работой упала и листы рассыпались. Собрав кое-как листы, студент сдал работу. а) Какова вероятность того, что все листы лежат в правильном порядке? б) Какова вероятность того, что хотя бы один лист лежит на своем месте?

6.14.* Для поисков пропавшего самолета выделено 10 вертолетов, каждый из которых может быть использован для поисков в одном из двух возможных районов, где упал самолет. Вероятности того, что самолет находится в этих районах, соответственно равны $p_1 = 0,75$ и $p_2 = 0,25$. Как следует распределить вертолеты между районами, чтобы вероятность обнаружения самолета была наибольшей. Предполагается, что каждый вертолет ведет поиски в своем районе независимо от других и обнаруживает самолет (если он там есть) с вероятностью p . Рассмотрите случаи: а) $p = 0,95$ (хорошая видимость); б) $p = 0,6$ (пасмурно); в) $p = 0,1$ (туман). Объясните различие в полученных результатах.

6.15.* Имеются карточки на которых написаны буквы. Отбираются буквы, из которых можно составить задуманное слово. Эти карточки перемешиваются и расставляются в ряд в случайном порядке. Найти вероятность того, что с первой попытки удастся таким образом составить слова а) ТОЧКА б) ТАЧКА в) ОКРОК

6.16.* В период эпидемии гриппа заболевает в среднем каждый четвертый человек. Два института разработали различные вакцины для профилактики гриппа. Испытание вакцин показало, что из 23 человек, которым была введена первая вакцина, заболели двое, тогда как из 10 человек, которым была введена вторая вакцина, не заболел никто. Какую из вакцин следует считать более эффективной?

6.17.* Проводится 10 независимых испытаний с вероятностью успеха, равной 0,3. Найти наиболее вероятное число успехов.

6.18.* В n независимых испытаниях произошло k успехов. Каково наиболее вероятное значение вероятности одного успеха p ?

6.19.* Мишень сбита, если хотя бы один из выстрелов попал в цель. Известно, что стрелок сделал 10 подходов по 2 выстрела, причем в 9 подходах он поразил цель. Какова его меткость при одном выстреле?

6.20.* Профессор Смит из Алабамского университета был оштрафован десять раз за незаконную ночную стоянку автомобиля. Все десять штрафов налагались во вторник или в четверг. Найти вероятность этого события. Можно ли предположить, что полиция действовала по заранее продуманной схеме?

6.21.* В некоторых играх с использованием бросания кости для начала игры требуется выпадение определенного числа очков (например, пятерки). Какова вероятность того, что в 6 бросаниях кости хоть раз выпадет "пятерка"?

6.22.* Два шахматиста А и В встречались за доской 50 раз, причем 15 раз выиграл А, 10 раз выиграл В и 25 партий закончились вничью. Найти вероятность того, что в матче из 10 партий между этими шахматистами 3 партии выиграет А, 2 партии выиграет В, а 5 партий закончатся вничью.

6.23.* Один эксперт принимает правильное решение с вероятностью p , причем ($p > 1/2$). Было принято решение повысить точность принимаемых решений путем создания комиссии из трех экспертов, каждый из которых принимает правильное решение с вероятностью p , а окончательное решение принимается путем голосования (показать, что процент правильных решений при этом действительно повышается!). Однако один из экспертов оказался некомпетентным и принимал решения, тайком подбрасывая монетку. Какая организация принятия решений чаще приводит к правильному решению - комиссия из трех членов с одним некомпетентным экспертом или единственный компетентный эксперт?

6.24.* На плоскость с нанесенной сеткой квадратов со стороной a брошена монета радиуса r , причем $r < a/2$. Найти вероятность того, что монета не пересечет ни одной из сторон квадрата.

6.25.* Каждый из 25 вопросов программы встречается в билетах одинаковое число раз, причем в каждый билет входит 3 вопроса. Преподаватель ставит студенту "пятерку", если тот знает все вопросы билета, "четверку" - если тот знает только два вопроса из трех, "тройку" - если только один из трех, и "двойку" - если студент не знает ни одного вопроса билета. Студент успел выучить только 20 вопросов программы. Найти вероятность того, что этот студент получит при указанной системе оценки ответа, соответственно, "пятерку", "четверку", "тройку" и "двойку".

6.26.* Кодовый замок автоматической камеры хранения содержит 4 диска с цифрами (от 0 до 9). Все комбинации равновероятны. Найти вероятность того, что при наборе наугад (один раз) четырех цифр на дисках замка он откроется. Предположим, что закрыв замок, вы неосторожно прошептали: "не забыть бы что все цифры разные". Насколько это облегчит задачу открывания замка случайно услышавшему эту фразу?

6.27.* n мужчин и n женщин рассаживаются случайным образом за круглым столом. Какова вероятность того, что никакие две женщины не будут сидеть рядом?

6.28.* На обувной фабрике в отдельных цехах производятся подметки, каблучки и верхи ботинок. Дефектными оказываются 1% каблучков, 4% подметок и 5% верхов. Произведенные составляющие случайным образом соединяются в цехе, где шьются ботинки. Какой процент пар обуви будет испорчен?

6.29.* Стройка снабжается бетонным раствором из пяти различных пунктов, причем на каждую неделю (5 рабочих дней) из каждого пункта заказывается одна машина. Приход машины из каждого пункта равновероятен в любой день недели. Если в какой-либо из дней на стройку приходят более двух машин, приходится работать сверхурочно для использования бетона. Найти вероятность сверхурочной работы в течении недели.

6.30.* В точке С, положение которой на телефонной линии АВ длиной 10 км равновозможно, произошел разрыв. Определить вероятность того, что точка С удалена от точки А на расстояние, не меньшее 1 км.

ЗАДАНИЕ 7. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения. а) Построить функцию распределения $F(x)$ случайной величины X ; б)

Определить математическое ожидание $M[x]$ и дисперсию $D(x)$.

7.1

X	1	3	5	7	9	11	13
p	0,1	0,2	0,1	0,05	0,05	0,3	0,2

7.2

X	2	4	6	8	10	12	14
p	0,2	0,25	0,2	0,15	0,1	0,05	0,05

7.3

X	1	2	3	4	5	6	7
p	0,1	0,15	0,15	0,2	0,2	0,15	0,05

7.4

X	-3	-2	-1	0	1	2	3
p	0,1	0,1	0,2	0,2	0,15	0,15	0,1

7.5

X	-2	-1	0	1	2	3	4
p	0,05	0,05	0,1	0,1	0,2	0,15	0,35

7.6

X	-2	0	2	4	6	8	10
p	0,04	0,06	0,1	0,15	0,15	0,2	0,3

7.7

X	-4	-2	0	2	4	6	8
p	0,3	0,2	0,15	0,15	0,1	0,05	0,05

7.8

X	-3	-1	1	3	5	7	9
p	0,01	0,02	0,07	0,1	0,3	0,3	0,2

7.9

X	-5	-3	-1	1	3	5	7
p	0,4	0,2	0,1	0,05	0,05	0,05	0,15

7.10

X	-1	0	1	2	3	4	5
p	0,4	0,3	0,15	0,05	0,01	0,04	0,05

7.11

X	-6	-5	-4	-3	-2	-1	0
p	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,15	0,7

7.12

X	2	3	4	5	6	7	8
p	0,5	0,2	0,1	0,05	0,05	0,03	0,07

7.13

X	3	4	5	6	7	8	9
p	0,04	0,06	0,08	0,09	0,13	0,2	0,4

7.14

X	-20	-10	0	10	20	30	40
p	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,05	0,05

7.15

X	-13	-11	-9	-7	-5	-3	-1
p	0,2	0,15	0,1	0,05	0,1	0,2	0,2

7.16

X	1,5	2	2,5	3	3,5	4	4,5
p	0,1	0,2	0,25	0,2	0,15	0,05	0,05

7.17

X	1,2	1,4	1,6	1,8	2,0	2,2	2,4
p	0,05	0,1	0,15	0,2	0,25	0,2	0,05

7.18

X	-1,5	-1	-0,5	0	0,5	1	1,5
p	0,1	0,15	0,25	0,1	0,1	0,15	0,15

7.19

X	11	12	13	14	15	16	17
p	0,01	0,02	0,05	0,07	0,15	0,3	0,4

7.20

X	2,1	2,2	2,3	2,4	2,5	2,6	2,7
p	0,1	0,2	0,2	0,15	0,15	0,1	0,1

7.21

X	3,5	3,7	3,9	4,1	4,3	4,5	4,7
p	0,05	0,1	0,15	0,2	0,3	0,15	0,05

7.22

X	-1,1	-1,0	-0,9	-0,8	-0,7	-0,6	-0,5
p	0,5	0,4	0,05	0,02	0,01	0,01	0,01

7.23	X	50	60	70	80	90	100	110
	P	0,1	0,15	0,15	0,2	0,2	0,1	0,1

7.24	X	-100	-50	0	50	100	150	200
	P	0,005	0,045	0,05	0,1	0,2	0,4	0,2

7.25	X	11	22	33	44	55	66	77
	P	0,1	0,2	0,3	0,2	0,1	0,05	0,05

7.26	X	0	5	10	15	20	25	30
	P	0,01	0,04	0,05	0,1	0,2	0,3	0,3

7.27	X	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7
	P	0,1	0,2	0,2	0,25	0,15	0,05	0,05

7.28	X	-0,2	-0,1	0	0,1	0,2	0,3	0,4
	P	0,05	0,05	0,2	0,25	0,15	0,2	0,1

7.29	X	1998	1999	2000	2001	2002	2003	2004
	P	0,1	0,15	0,25	0,35	0,05	0,05	0,05

7.30	X	1962	1974	1986	1998	2010	2022	2034
	P	0,1	0,2	0,15	0,15	0,2	0,1	0,1

ЗАДАНИЕ 8. Непрерывная случайная величина X задана функцией распределения $F(x)$. а) Найти значение параметра a и функцию $f(x)$ плотности распределения; б) Построить графики функции распределения $F(x)$ и плотности распределения $f(x)$; в) Найти математическое ожидание $M[X]$ и дисперсию $D(x)$; г) Найти вероятность того, что X , попадет в заданный интервал $[x_1, x_2]$; д) Найти моду случайной величины X ; е) Найти медиану случайной величины X .

8.1. $x_1 = 0, x_2 = 4$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ a(x-2)^2, & 2 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

8.2. $x_1 = 2, x_2 = 5$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ a(x-1)^2, & 1 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

8.3. $x_1 = 2a, x_2 = 3a, (a > 0)$

$$F(x) = \begin{cases} 1 - \left(\frac{a}{x}\right)^3, & x > a \\ 0, & x < a \end{cases}$$

8.4. $x_1 = 2, x_2 = 4$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ a(x-3)^2, & 3 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

8.5. $x_1 = 0, x_2 = a/2, a > 0$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{x}{a} \left(2 - \frac{x}{a}\right)^2, & 0 \leq x \leq a \\ 1, & x > a \end{cases}$$

8.6. $x_1 = 2, x_2 = 5$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ \frac{1}{a}(x-1)^2, & 1 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

8.7. $x_1 = 7, x_2 = 8,5$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 8 \\ a(x-8)^2, & 8 \leq x \leq 9 \\ 1, & x > 9 \end{cases}$$

8.8. $x_1 = 3/2, x_2 = 3$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ \frac{1}{a}x^2 - \frac{x^4}{8a}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

8.9. $x_1 = 2, x_2 = 6$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ x^2/a, & 0 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

8.10. $x_1 = 1, x_2 = 4$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 5 \\ (x-5)^2/a, & 5 \leq x \leq 7 \\ 1, & x > 7 \end{cases}$$

8.11. $x_1 = -\pi/4, x_2 = 0$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/2 \\ 1 + a \sin x, & -\pi/2 \leq x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

8.12. $x_1 = 4, x_2 = 8$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 6 \\ (x-6)^2/a, & 6 \leq x \leq 7 \\ 1, & x > 7 \end{cases}$$

8.13. $x_1 = 0, x_2 = \pi/4$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ (x - a \sin 2x)/\pi, & 0 \leq x \leq \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

8.14. $x_1 = -2, x_2 = 0$

$$F(x) = \begin{cases} e^{ax}, & x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

8.15. $x_1 = 1, x_2 = 5$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ a(x-2)^2, & 2 \leq x \leq 6 \\ 1, & x > 6 \end{cases}$$

8.16. $x_1 = 2, x_2 = 5$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ a(x-3)^2, & 3 \leq x \leq 8 \\ 1, & x > 8 \end{cases}$$

$$8.17. \quad x_1 = -\pi/2, \quad x_2 = -\pi/4$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -\pi/2 \\ a \cos x, & -\pi/2 \leq x \leq 0 \\ 1, & x > 0 \end{cases}$$

$$8.19. \quad x_1 = 3\pi/4, \quad x_2 = 7\pi/8$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3\pi/4 \\ \cos ax, & 3\pi/4 \leq x \leq \pi \\ 1, & x > \pi \end{cases}$$

$$8.21. \quad x_1 = -1, \quad x_2 = 3/2$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 1 \\ (x^2 - x)/a, & 1 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$8.23. \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2x^2 - \frac{x^4}{a}, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$8.25. \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 6$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax^2, & 0 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$8.27. \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{(x-2)^2}{a}, & 2 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$8.29. \quad x_1 = 1/4, \quad x_2 = 2/3$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 3x^2 + ax, & 0 \leq x \leq 1/3 \\ 1, & x > 1/3 \end{cases}$$

$$8.18. \quad x_1 = \pi/12, \quad x_2 = \pi/4$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ a \sin x, & 0 \leq x \leq \pi/6 \\ 1, & x > \pi/6 \end{cases}$$

$$8.20. \quad x_1 = 1/4, \quad x_2 = 2/3$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ ax^2 + 2x, & 0 \leq x \leq 1/3 \\ 1, & x > 1/3 \end{cases}$$

$$8.22. \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 5/2$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{x}{a} - 1, & 2 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$8.24. \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 3$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{x^3}{a} + 3x^2 - 8x, & 2 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$8.26. \quad x_1 = 1, \quad x_2 = 5$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 3 \\ \frac{1}{a}(x-3)^2, & 3 \leq x \leq 7 \\ 1, & x > 7 \end{cases}$$

$$8.28. \quad x_1 = 0, \quad x_2 = 3$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 2 \\ \frac{(x-a)^2}{9}, & 2 \leq x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$8.30. \quad x_1 = 0, \quad x_2 = \pi/4$$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ 2 \sin ax, & 0 \leq x \leq \pi/6 \\ 1, & x > \pi/6 \end{cases}$$

ЗАДАНИЕ 9. Вероятность появления события в каждом из независимых испытаний равняется p . Найти вероятность того, что событие произойдет n раз, если проведено m испытаний. Ответ представить с точностью до трех значащих цифр. (Указание. Если табличные значения не обеспечивают требуемой точности, разложить вычисляемую функцию в ряд).

№	p	n	m
9.1	0,8	120	144
9.2	0,9	80	100
9.3	0,7	90	121
9.4	0,85	80	100
9.5	0,75	105	144
9.6	0,95	155	169
9.7	0,99	96	100
9.8	0,65	62	100
9.9	0,7	100	144
9.10	0,6	100	169
9.11	0,85	87	100
9.12	0,9	100	110
9.13	0,95	115	120
9.14	0,55	70	125
9.15	0,8	83	100

№	p	n	m
9.16	0,75	87	120
9.17	0,8	142	180
9.18	0,85	75	90
9.19	0,6	85	144
9.20	0,5	72	140
9.21	0,65	76	115
9.22	0,7	142	200
9.23	0,9	185	200
9.24	0,95	138	144
9.25	0,45	75	160
9.26	0,85	155	180
9.27	0,8	137	169
9.28	0,6	62	100
9.29	0,55	95	169
9.30	0,99	195	199

ЗАДАНИЕ 10. Вероятность появления события A в одном опыте равна p . Найти вероятность того, что в m опытах, событие появится от a до b раз.

№	p	m	a	b
10.1	0,6	60	30	40
10.2	0,6	80	25	40
10.3	0,5	70	30	50
10.4	0,65	100	55	65
10.5	0,9	200	175	185
10.6	0,8	120	90	100
10.7	0,7	144	100	110
10.8	0,75	121	85	95
10.9	0,85	150	125	130
10.10	0,95	190	175	180
10.11	0,55	300	150	160
10.12	0,45	250	100	110
10.13	0,4	150	65	75
10.14	0,4	150	60	80
10.15	0,65	335	200	250

№	p	m	a	b
10.16	0,88	300	250	255
10.17	0,77	400	300	305
10.18	0,99	234	230	232
10.19	0,95	325	290	300
10.20	0,72	500	350	360
10.21	0,83	543	444	555
10.22	0,91	345	312	314
10.23	0,87	654	500	550
10.24	0,78	456	350	370
10.25	0,49	200	95	100
10.26	0,68	150	100	115
10.27	0,57	260	140	145
10.28	0,76	123	95	110
10.29	0,999	1000	950	997
10.30	0,98	400	390	393

ЗАДАНИЕ 11 Результаты измерений величин x и y приведены в таблице. Методом наименьших квадратов найти линейную зависимость $y = ax + b$ (пункт а) и квадратичную зависимость $y = ax^2 + bx + c$ (пункт б) между величинами x и y . Результаты измерений и зависимости построить на графиках.

11.1	а)	x	1	2	3	4	5
		y	2,2	2,7	4,5	5,7	5
	б)	x	-1	1	3	5	7
		y	-8	13	20	73	132

11.2	а)	x	1	2	3	4	5
		y	2,6	3	5,3	6,4	5,5
	б)	x	-2	0	2	4	6
		y	-5	8	7	52	103

11.3	а)	x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
		y	0,1	-1,5	-1,2	-2,1	-5
	б)	x	-2	0	2	4	6
		y	-3	8	5	48	97

11.4	а)	x	1,5	2,5	3,5	4,5	5,5
		y	5,85	6,75	11,1	12,6	12,5
	б)	x	1	2	3	4	5
		y	5	16	8	32	48

11.5	а)	x	1	2,5	4	5,5	7
		y	4,2	5,7	12,8	16,9	16,5
	б)	x	1	2	3	4	5
		y	7	24	26	64	85

11.6	а)	x	1	2,5	4	5,5	7
		y	5,7	7	11,2	19,7	20
	б)	x	0	2	4	6	8
		y	2	18	37	110	184

11.7	а)	x	1	3	5	7	9
		y	-1,8	-8	-11	-10	-18
	б)	x	1	3	5	7	9
		y	4	37	63	148	234

11.8	а)	x	1	3	5	7	9
		y	-2,3	-9,5	-14	-14	-22
	б)	x	-1	3	5	7	8
		y	-1	37	63	158	184

11.9	а)	x	1	2	5	8	9
		y	7,7	3,5	16,2	31,2	29
	б)	x	-1	3	5	7	8
		y	-2	24	32	101	111

11.10	а)	x	0	2	6	8	10
		y	8,7	3,5	20,2	31,2	33
	б)	x	-1	3	5	7	8
		y	0	1	-8	31	23

11.11	а)	x	0	2	6	8	10
		y	9,7	2,5	15,2	24,2	24
	б)	x	0	2	3	4	7
		y	-1	1	-6	3	13

11.12	а)	x	-1	2	6	7	10
		y	6,7	-0,5	13,2	25,2	24
	б)	x	0	2	3	4	7
		y	-1	-1	-9	-1	6

11.13	а)	x	2	3	4	5	7
		y	17,7	5,5	11,2	24,2	22
	б)	x	-1	2	3	5	7
		y	6	-1	-9	2	6

11.14	а)	x	2	3	4	5	7
		y	16,7	7,5	14,2	28,2	31
	б)	x	-1	2	3	5	7
		y	7	-5	-12	-5	-1

11.15	а)	x	1	3	5	9	11
		y	8,7	-1,5	4,2	21,2	18
	б)	x	-1	2	3	5	7
		y	0	-3	-15	-30	-64

11.16	a)	x	0	3	7	8	11
		y	3,5	-1,5	9,5	21,5	18
	б)	x	0	2	3	5	7
		y	0	-2	-15	-29	-64

11.17	a)	x	0	2	7	8	11
		y	1,5	-4,5	8,5	16,5	17
	б)	x	1	2	3	4	6
		y	5	11	3	5	-16

11.18	a)	x	0	2	7	10	13
		y	1	4	37	60	73
	б)	x	2	3	4	5	7
		y	7	12	3	4	-19

11.19	a)	x	0	2	7	8	9
		y	3,5	4	32	42	42
	б)	x	1	3	4	5	6
		y	7	16	7	9	-4

11.20	a)	x	1	4	5	8	9
		y	7,5	9	11	34	32
	б)	x	1	2	4	5	6
		y	8	18	11	14	2

11.21	б)	x	2	3	5	6	7
		y	13	21	12	15	2
	а)	x	1	3	5	8	10
		y	4,5	6	15	33	35

11.22	a)	x	-1	0,5	1	2	3
		y	-2,5	-3	0	10	7
	б)	x	2	3	5	6	8
		y	14	23	16	20	1

11.23	a)	x	-2	0	2	4	8
		y	-4,5	-5	2	14	19
	б)	x	-2	0	2	4	7
		y	-18	8	13	24	8

11.24	a)	x	-2	0	3	5	7
		y	-4,5	-4	5	18	16
	б)	x	-1	0	2	4	7
		y	-8	6	15	29	15

11.25	a)	x	-3	0	1	5	8
		y	-3,5	-4	-2	13	11
	б)	x	-3	-1	0	1	3
		y	-49	-9	-2	14	10

11.26	a)	x	-4	-2	0	2	4
		y	-6,5	-6	-3	6	5
	б)	x	-2	-1	0	1	3
		y	27	15	-2	-2	-14

11.27	a)	x	-5	-1	4	8	12
		y	-3	-0,5	6	17	18
	б)	x	-2	-1	0	1	3
		y	23	7	-15	-13	-27

11.28	a)	x	-7	-3	0	4	8
		y	-11	-1,5	0	11	11
	б)	x	-4	-3	0	2	4
		y	39	22	-15	-3	5

11.29	a)	x	-2	0	3	5	9
		y	-3,5	5	5,5	14,5	15,5
	б)	x	-3	-2	0	1	2
		y	22	9	-15	-6	-13

11.30	a)	x	-1	1	3	5	10
		y	-2,5	7	7	17	22
	б)	x	-1	0	1	2	3
		y	1	-5	-16	-13	-17

ЗАДАНИЕ 12. Решить задачу.

12.1. Для определения процентного содержания хрома в стали были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,9950.

3,304	3,209	3,01	2,99	3,155
3,445	3,456	3,434	3,023	3,567
3,767	3,090	3,100	2,989	2,890
3,234	3,432	3,345	3,456	3,656
3,123	3,456	3,034	3,555	3,785
3,030	3,506	3,609	3,011	3,234

12.2. Для определения диаметра проволоки (мм) были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,997.

5,203	5,225	5,523	4,98	5,054
5,142	5,206	5,135	5,025	5,167
5,169	5,192	5,200	4,989	4,895
5,534	5,632	5,248	5,153	5,450
4,876	4,980	5,031	5,535	5,590
5,020	5,606	5,105	5,011	5,135

12.3. Для определения толщины ткани (мм) были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,975.

1,203	1,250	1,423	0,980	1,025
1,180	1,246	1,155	1,025	1,157
1,259	1,396	1,450	1,099	1,655
1,035	1,600	1,205	1,105	1,250
1,896	1,986	1,035	1,590	1,755
1,028	1,676	1,395	1,081	1,154

12.4. Для определения жирности кефира (%) были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,995.

15,25	15,53	15,23	14,95	15,54
15,42	15,26	16,10	15,25	16,17
15,69	15,12	15,20	14,98	14,05
15,34	15,62	15,48	15,53	15,45
14,86	14,80	15,01	15,35	15,90
15,02	15,60	15,10	15,11	15,35

12.5. Для определения содержания углекислого газа (%) были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,965.

25,05	25,34	25,36	24,05	25,46
25,12	25,06	26,01	25,15	26,26
25,79	25,11	25,26	24,48	24,09
25,49	25,20	25,18	25,93	25,58
24,76	24,20	25,41	25,15	25,80
25,12	25,70	25,18	25,02	25,45

12.6. Для определения плотности никеля (г/см^3) были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,987.

8,90	8,65	8,73	8,98	8,54
8,42	8,69	8,95	8,75	8,67
8,98	8,95	8,95	9,01	9,05
8,34	8,62	8,28	8,53	8,45
8,76	8,80	8,71	8,85	8,95
8,95	8,99	9,00	9,01	8,87

12.7. Были проведены 30 измерений содержания водорода в нефти (%). Найти доверительный интервал с надежностью 0,955.

12,05	11,34	11,36	12,05	12,46
12,12	12,06	12,01	12,15	12,26
12,79	12,11	12,26	12,48	12,09
11,49	12,20	12,18	11,93	11,58
11,76	12,20	12,41	12,15	11,80
12,12	11,70	12,18	12,02	12,45

12.8. Для определения процентного содержания спирта проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,965.

96,04	95,89	96,01	95,79	96,15
95,45	95,56	96,34	96,02	95,57
95,77	96,09	96,10	95,99	95,80
96,23	96,32	96,34	96,45	96,56
96,13	95,45	96,04	95,55	95,85
96,30	95,06	96,09	96,01	96,23

12.9. Для определения плотности алюминия, содержащего примеси (г/см^3) были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,988.

2,70	2,50	2,43	2,80	2,65
2,85	2,69	2,88	2,92	2,80
2,59	2,96	2,70	2,99	2,65
2,55	2,85	2,90	2,59	2,95
2,89	2,96	2,78	2,91	2,75
2,84	2,76	2,91	2,81	2,74

12.10. Для оценки времени (сек.) поиска кратчайшего пути компьютерной программой проводилось хронометрирование (результаты в таблице). Найти доверительный интервал с надежностью 0,976.

3,90	3,66	3,73	3,85	3,64
3,45	3,68	3,57	3,75	3,67
3,98	3,95	3,91	4,01	4,05
3,74	3,65	3,77	3,53	3,55
3,76	3,80	3,71	3,5	3,95
3,95	3,99	4,05	4,01	3,87

12.11. Для оценки времени (сек.) сортировки массива из 10000 элементов "пузырьковым методом" проводилось хронометрирование (результаты в таблице). Найти доверительный интервал с надежностью 0,977.

14,90	14,96	14,85	14,86	14,74
14,99	14,88	14,77	14,75	14,67
14,88	14,91	14,92	14,73	14,55
14,77	14,68	14,79	14,98	14,85
14,76	14,90	14,75	14,55	14,85
14,70	14,99	14,85	14,81	14,87

12.12. Для определения температуры ($^{\circ}\text{C}$) плавления сплава висмута были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,966.

70,00	71,05	70,26	70,25	70,65
70,20	70,16	70,01	70,15	70,26
69,89	70,1	70,16	69,98	70,05
70,9	69,78	69,85	69,90	70,58
70,76	70,20	70,01	70,25	69,80
70,13	70,07	70,08	70,02	69,99

12.13. Измерения процентного содержания по объему кислорода в воздухе приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,95.

20,83	20,82	20,43	20,80	20,65
20,85	20,79	20,89	20,91	20,80
20,78	20,94	20,75	20,99	20,84
20,85	20,85	20,90	20,69	20,90
20,86	20,92	20,79	20,90	20,77
20,84	20,76	20,92	20,80	20,75

12.14. Измерения кислотности Ph водопроводной воды приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,955.

7,5	7,56	7,53	7,57	7,49
7,45	7,6	7,51	7,5	7,48
7,61	7,54	7,44	7,505	7,505
7,54	7,65	7,77	7,53	7,51
7,49	7,48	7,51	7,45	7,5
7,52	7,53	7,45	7,48	7,6

12.15. Результаты измерения времени (сек.) обработки заготовки на автоматическом станке записаны в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,94.

80,00	81,00	80,16	80,35	80,25
79,99	79,87	80,01	80,15	80,16
79,89	80,1	80,14	79,92	80,02
80,19	80,28	80,15	79,90	79,98
80,06	80,20	80,05	80,05	80,02
80,13	80,07	80,04	80,01	79,98

12.16. Измерялся предел прочности (кг/см^2) цемента на сжатие. Найти доверительный интервал с надежностью 0,97.

100,00	99,90	99,52	99,98	99,54
100,40	99,96	99,60	99,87	99,87
100,60	99,92	99,70	99,89	99,95
99,49	99,62	99,88	99,96	99,80
99,87	99,80	99,56	99,89	99,59
98,99	90,65	99,54	98,66	99,35

12.17. Результаты измерения толщины бумаги (мм) приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,98.

0,05	0,05	0,04	0,045	0,046
0,051	0,052	0,054	0,057	0,052
0,052	0,057	0,048	0,047	0,05
0,042	0,051	0,057	0,039	0,051
0,049	0,048	0,043	0,048	0,054
0,049	0,055	0,053	0,055	0,046

12.18. Для измерения массы изделия (кг) были проведены 30 замеров. Найти доверительный интервал с надежностью 0,99.

4,301	4,309	4,301	4,299	4,355
4,345	4,356	4,334	4,323	4,367
4,367	4,390	4,300	4,389	4,390
4,334	4,332	4,345	4,356	4,356
4,323	4,356	4,334	4,355	4,385
4,330	4,306	4,309	4,311	4,334

12.19. Для определения содержания примесей в бензине (%) были проведены 30 измерений. Найти доверительный интервал с надежностью 0,965.

1,05	1,06	1,06	1,11	1,02
1,1	1,16	1,21	1,15	1,23
1,09	1,21	1,06	1,26	1,19
1,03	1,05	1,02	1,03	1,12
1,04	1,20	1,14	1,15	1,08
1,13	1,20	1,18	1,02	1,09

12.20. Для измерения твердости металла по Бринелю, проведено 30 замеров. Найти доверительный интервал с надежностью 0,93.

90,10	91,99	90,16	90,35	90,15
90,19	91,01	90,01	90,12	90,18
89,89	90,1	90,14	89,92	90,01
90,19	90,25	90,35	90,80	90,98
90,06	90,10	90,05	90,05	90,02
90,15	90,08	90,05	90,02	99,97

12.21. Для измерения длины выпускаемого изделия (см) были проведены 30 замеров. Найти доверительный интервал с надежностью 0,967.

1,301	1,309	1,301	1,299	1,355
1,315	1,356	1,331	1,323	1,367
1,367	1,390	1,300	1,389	1,390
1,331	1,332	1,315	1,356	1,356
1,323	1,356	1,331	1,355	1,385
1,330	1,306	1,309	1,311	1,331

12.22. Измерения концентрации диоксида в воздухе приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,958.

5,5	5,56	5,53	5,55	5,49
5,45	5,6	5,51	5,5	5,48
5,61	5,54	5,44	5,505	5,505
5,54	5,65	5,55	5,53	5,51
5,49	5,48	5,51	5,45	5,5
5,52	5,53	5,45	5,48	5,6

12.23. Компьютерная программа оптического распознавания тестируется на 30-ти однотипных текстах. Процент погрешностей распознавания приведен в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,945.

2,91	2,86	2,83	2,85	2,84
2,75	2,78	2,79	2,75	2,87
2,98	2,95	2,91	2,91	2,95
2,84	2,85	2,77	2,83	2,75
2,76	2,81	2,79	2,88	2,95
2,95	2,99	2,85	2,81	2,87

12.24. Проводится измерение продолжительности (сек.) технологического цикла при штамповке детали. Результаты измерений приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,975.

70,10	71,77	70,16	70,35	70,15
70,17	71,01	70,01	70,12	70,18
69,87	70,1	70,14	69,72	70,01
70,17	70,25	70,35	70,80	70,78
70,06	70,10	70,05	70,05	70,02
70,15	70,08	70,05	70,02	69,95

12.25. Результаты измерения времени заправки топливного бака приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,996.

25,25	25,53	25,23	24,95	25,54
25,42	25,26	26,20	25,25	26,27
25,69	25,22	25,20	24,98	24,05
25,34	25,62	25,48	25,53	25,45
24,86	24,80	25,02	25,35	25,90
25,02	25,60	25,20	25,22	25,35

12.26. Исследуется стабильность скорости вращения ротора. Скорость вращения (об/сек) приведена в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,97.

77,67	77,70	77,62	77,68	77,64
77,60	77,76	77,63	77,67	77,68
77,63	77,62	77,64	77,63	77,65
77,67	77,62	77,68	77,66	77,60
77,69	77,69	77,65	77,67	77,64
77,67	77,65	77,64	77,66	77,65

12.27. Измеряется стабильность загрузки операционной системы компьютера. Данные (сек.) приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,966.

7,7	7,76	7,73	7,75	7,49
7,47	7,6	7,71	7,7	7,48
7,61	7,74	7,44	7,707	7,705
7,74	7,67	7,75	7,73	7,71
7,49	7,48	7,71	7,47	7,7
7,72	7,73	7,45	7,48	7,6

12.28. Для измерения толщины напыления (мк) были проведены 30 замеров. Найти доверительный интервал с надежностью 0,96.

2,302	2,309	2,302	2,299	2,355
2,325	2,356	2,332	2,323	2,367
2,367	2,390	2,300	2,389	2,390
2,332	2,332	2,325	2,356	2,356
2,323	2,356	2,332	2,355	2,385
2,330	2,306	2,309	2,322	2,332

12.29. Результаты замеров прозрачности стекла (%) приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,939.

95,10	95,10	95,16	95,15	95,17
95,19	95,01	95,14	95,12	95,18
95,31	95,19	95,14	95,21	95,31
95,19	95,15	95,25	95,20	95,18
95,16	95,17	95,15	95,25	95,12
95,18	95,28	95,25	95,27	95,17

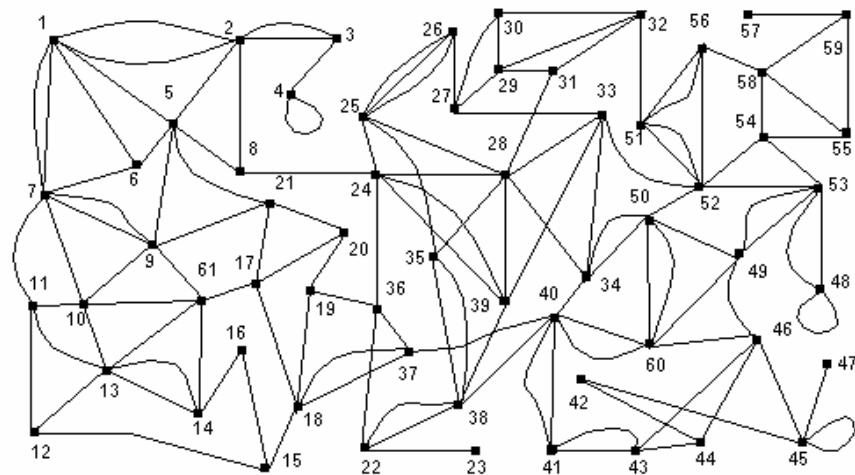
12.30. Для определения надежности работы толщиномера в агрессивной среде были проведены 30 серий измерений. Результаты процентного числа отказов прибора в каждой серии измерений приведены в таблице. Найти доверительный интервал с надежностью 0,995.

1,25	1,26	1,26	1,21	1,22
1,19	1,18	1,21	1,25	1,23
1,19	1,21	1,26	1,26	1,19
1,23	1,25	1,22	1,23	1,22
1,24	1,20	1,24	1,17	1,18
1,18	1,20	1,18	1,22	1,25

ЗАДАНИЕ 13. На рисунке приведен общий граф, из которого необходимо выбрать вершины и ребра, соответствующие Вашему варианту. Выбор осуществляется в соответствии с таблицей с использованием следующих правил. Для Вашего варианта выбираются вершины с номерами указанными в таблице. После выбора вершин, выбираются ребра связанные с выбранными вершинами. Выбираются только те ребра, которые начинаются и заканчиваются на вершинах Вашего варианта. Затем необходимо перенумеровать вершины так, чтобы нумерация была последовательной (1,2,3,4,...). Перенумерацию производят в порядке возрастания первоначальных номеров. Занумеруйте теперь ребра в порядке возрастания номеров вершин (сразу нумеруются все ребра связывающие вершины 1 и 1 (петля), 1 и 2, 1 и 3 и т.д., затем 2 и 2 (петля), 2 и 3, 2 и 4 и т.д., затем 3 и 3 (петля), 3 и 4, 3 и 5 и т.д.). Направления ориентированных ребер (дуг) выбираются от вершины с меньшим номером к вершине с большим номером. Если две вершины соединены двумя ребрами, то для них выбираются противоположные направления, если вершины соединены тремя ребрами, то два ребра должны иметь направления от вершины с меньшим номером к вершине с большим номером, а одно - в противоположном. Петли могут иметь любое направление. Перерисуйте графы так, чтобы на рисунках не было пересечения ребер и дуг. Расположение вершин должно быть таким, чтобы граф имел как можно более компактный вид. Для графов Вашего варианта составить следующие матрицы: а) матрицу инцидентности неориентированного графа; б) матрицу инцидентности ориентированного графа; в) матрицу смежности неориентированного графа; г) матрицу смежности ориентированного графа.

Таблица

Номер	Номера вершин графа	
	неориентированный	ориентированный
13.1	1,2,3,4,5,8,25,26	26,27,29,30,31,28,24
13.2	1,5,7,8,9,10,45,47	5,8,28,39,35,24,25,31
13.3	2,3,4,5,9,21,53,48	40,34,50,60,41,43,44
13.4	7,8,5,9,10,11,41,43	50,60,49,46,45,48
13.5	7,9,10,11,13,12,49,5	51,52,56,53,48,22
13.6	13,14,61,9,10,12,51	41,43,44,42,45,47,53
13.7	14,16,15,18,17,21,20	30,29,27,33,28,34,45
13.8	2,3,4,19,36,37,18	57,59,55,58,54,3,4
13.9	17,18,19,20,36,24,39	24,39,38,35,18,37,15
13.10	18,19,36,37,40,41	28,33,34,35,39,49,53
13.11	18,19,36,37,22,38,23	5,9,7,21,37,38,40,35
13.12	22,23,38,35,37,40	25,26,27,40,50,34,60
13.13	25,26,24,28,39,22,23	33,34,50,52,51,18,37
13.14	35,38,39,24,28,10,11	18,36,37,22,28,25,26
13.15	25,26,27,29,30,22,23	34,40,41,43,44,46,53
13.16	58,54,52,51,56,13,14	1,7,11,10,9,18,37,36
13.17	4,3,2,8,28,25,26,57	35,38,39,28,50,60,49
13.18	18,19,37,22,38,41,43	53,49,50,60,40,41,43
13.19	40,41,43,44,42,46,60	47,45,42,46,29,30,32
13.20	35,25,28,33,34,50,51	27,29,31,32,30,28,48
13.21	44,42,46,45,47,54,58	41,43,44,60,50,34
13.22	35,38,40,37,18,11,13	28,25,26,27,33,13,14
13.23	28,31,29,27,30,32,48	17,21,20,19,22,38,23
13.24	51,52,56,42,44,45	58,59,55,54,57,47,45
13.25	27,29,30,31,34,33,50	44,43,46,42,45,10,11
13.26	1,7,6,22,38,35,25	49,50,60,53,48,46,12
13.27	51,52,56,32,49,53,48	14,16,61,13,10
13.28	40,41,34,50,60,49,48	34,50,28,33,40,13,14
13.29	2,5,8,3,4,11,10,13,14	17,61,21,20,18,37,40
13.30	40,34,50,60,25,26,24	12,1,14,16,61,13,10



ЗАДАНИЕ 14. Нарисовать на плоскости ориентированный граф, имеющий заданную матрицу своей матрицей смежности. Полученный граф, путем удаления стрелок, преобразовать в неориентированный граф. Для полученного неориентированного графа записать матрицу смежности и матрицу инцидентности.

14. 1

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

14. 2

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

14. 3

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

14. 4

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

14. 5

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

14. 6

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

