

СБОРНИК №5
СЕМЕСТРОВЫХ ЗАДАНИЙ
ПО ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКЕ
для студентов инженерных специальностей
обучающихся по сокращенной программе
2007

В сборнике подобраны однотипные одинаковой степени сложности задачи. Каждое задание содержит 30 вариантов. Предлагаемые в сборнике задачи предназначены для студентов дневной и заочной форм обучения. Сборник содержит задания по темам, соответствующим программе по курсу высшей математики для студентов инженерных специальностей, изучающих сокращенный курс.

В сборник включены следующие темы : определители и матрицы; системы линейных уравнений; векторы; прямая на плоскости; прямая и плоскость в пространстве; кривые и поверхности второго порядка ; предел функции; производная функции одной переменной; задачи на применение производных; интегрирование.

ЗАДАНИЕ 1. Система линейных уравнений задана в матричном виде $AX=B$. По данной матрице A и столбцу свободных членов B , составить систему уравнений и решить ее: 1) по формулам Крамера; 2) методом Гаусса; 3) средствами матричного исчисления. Выполнить проверку.

1. $\begin{pmatrix} 4 & 7 & -3 \\ 2 & 9 & -1 \\ -1 & 6 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -10 \\ 8 \\ 3 \end{pmatrix}$
2. $\begin{pmatrix} 1 & -5 & 3 \\ 2 & 4 & 1 \\ -3 & 3 & -7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 6 \\ -13 \end{pmatrix}$
3. $\begin{pmatrix} 2 & 4 & -3 \\ -1 & 5 & -2 \\ 3 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -10 \\ 5 \\ 3 \end{pmatrix}$
4. $\begin{pmatrix} -2 & 5 & -7 \\ 1 & 7 & -6 \\ 4 & 2 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -8 \\ -9 \\ -12 \end{pmatrix}$
5. $\begin{pmatrix} -3 & 5 & -6 \\ 2 & -3 & 5 \\ 1 & 4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ 8 \\ 1 \end{pmatrix}$
6. $\begin{pmatrix} 3 & -9 & 8 \\ 2 & -5 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$
7. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & -2 \\ 1 & 9 & -4 \\ -2 & 6 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -5 \\ -1 \\ 6 \end{pmatrix}$
8. $\begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 5 \\ 1 & -2 & 4 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 6 \\ 9 \end{pmatrix}$
9. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -3 \\ 4 & 7 & -2 \\ 1 & -8 & 5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -4 \\ -6 \\ 1 \end{pmatrix}$
10. $\begin{pmatrix} 1 & 7 & -2 \\ 3 & 5 & 1 \\ -2 & 5 & -5 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ -4 \end{pmatrix}$
11. $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 6 \\ 3 & 4 & -1 \\ 1 & -5 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 17 \\ -3 \\ 10 \end{pmatrix}$
12. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -3 \\ 2 & -1 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 \\ 5 \\ 7 \end{pmatrix}$
13. $\begin{pmatrix} 1 & 4 & -2 \\ -1 & 5 & 3 \\ 4 & -6 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 8 \\ -1 \\ -4 \end{pmatrix}$
14. $\begin{pmatrix} 7 & 2 & 4 \\ -1 & 3 & 2 \\ 1 & -4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -2 \\ 8 \end{pmatrix}$
15. $\begin{pmatrix} 2 & -2 & 1 \\ 4 & 3 & -1 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -6 \\ 3 \\ -9 \end{pmatrix}$
16. $\begin{pmatrix} 2 & -3 & -2 \\ 3 & -2 & 1 \\ 3 & -4 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ 11 \\ 7 \end{pmatrix}$
17. $\begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 \\ 1 & 4 & 2 \\ -1 & 5 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -2 \\ -3 \\ -10 \end{pmatrix}$
18. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & -4 \\ -1 & 2 & 3 \\ 1 & -2 & -3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$
19. $\begin{pmatrix} 3 & 0 & 5 \\ 0 & -4 & -2 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 2 \end{pmatrix}$
20. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 5 & 1 & -2 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 \\ -7 \\ 2 \end{pmatrix}$
21. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}$
22. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$
23. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 1 \end{pmatrix}$
24. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 4 & -2 & -5 \\ 6 & -1 & 3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 1 \end{pmatrix}$
25. $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 4 & 5 & 6 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 7 \\ 13 \end{pmatrix}$
26. $\begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 \\ 4 & 2 & 5 \\ 3 & 4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 2 \end{pmatrix}$
27. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 5 & -7 & 8 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \\ -7 \end{pmatrix}$
28. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -3 & 4 \\ 4 & -11 & 10 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 5 \\ 11 \end{pmatrix}$
29. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 6 & 3 & 1 \\ 8 & -4 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ -9 \\ 5 \end{pmatrix}$
30. $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix}$

ЗАДАНИЕ 2. Дан треугольник с вершинами А,В,С.

- 1) найти длину вектора АВ;
- 2) найти координаты вектора АВ+ВС;
- 3) найти периметр треугольника АВС;
- 4) найти орт вектора ВС.

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| 1. A(1,2,0) B(3,3,1) C(4,5,9) | 2. A(0,3,0) B(1,3,1) C(4,0,9) |
| 3. A(7,1,0) B(-5,3,1) C(0,5,9) | 4. A(2,0,0) B(2,0,-1) C(1,4,2) |
| 5. A(-2,0,-1) B(1,4,2) C(3,0,6) | 6. A(2,0,0) B(1,4,2) C(3,0,6) |
| 7. A(-2,0,2) B(0,0,4) C(3,2,5) | 8. A(-2,0,2) B(3,2,5) C(1,3,2) |
| 9. A(0,0,4) B(3,2,5) C(1,3,2) | 10. A(1,2,3) B(2,0,0) C(3,2,5) |
| 11. A(2,0,0) B(3,2,5) C(4,0,0) | 12. A(-2,0,-1) B(0,0,4) C(1,3,2) |
| 13. A(-2,1,0) B(3,2,7) C(2,2,5) | 14. A(3,2,7) B(2,2,5) C(6,1,5) |
| 15. A(-1,3,0) B(2,0,0) C(4,-1,2) | 16. A(6,1,5) B(5,1,0) C(-4,1,-2) |
| 17. A(5,1,0) B(-4,1,-2) C(-6,0,5) | 18. A(1,-1,6) B(-5,-1,0) C(4,0,0) |
| 19. A(0,0,0) B(2,1,1) C(3,-2,2) | 20. A(1,1,1) B(-1,1,1) C(1,-1,1) |
| 21. A(1,2,1) B(-1,1,1) C(2,1,1) | 22. A(0,6,4) B(3,5,3) C(-2,11,-5) |
| 23. A(0,0,0) B(3,-2,1) C(1,4,0) | 24. A(0,2,4) B(1,3,3) C(4,0,-3) |
| 25. A(4,1,-2) B(2,0,0) C(-2,3,-5) | 26. A(1,-1,2) B(2,1,2) C(1,1,4) |
| 27. A(0,3,2) B(-1,3,6) C(-2,4,2) | 28. A(-1,2,0) B(-2,2,4) C(-3,3,0) |
| 29. A(2,2,3) B(1,2,7) C(0,3,3) | 30. A(3,0,2) B(2,0,6) C(1,1,2) |

ЗАДАНИЕ 3. Точки А,В,С,Д - являются последовательными вершинами параллелограмма. Даны три точки А,В,С (координаты точек приведены в задании 2). Найти четвертую вершину параллелограмма. Вычислить его периметр и длины диагоналей. Сделать рисунок.

ЗАДАНИЕ 4. Дан треугольник с вершинами в точках А,В,С (координаты точек приведены в задании 2). Пользуясь формулой скалярного произведения векторов найти в треугольнике наибольший угол. Найти проекцию наименьшего вектора на наибольший, считая что эти векторы построены на сторонах треугольника и имеют общее начало.

ЗАДАНИЕ 5. Даны вершины тетраэдра A,B,C,D.Найти объем тетраэдра и длину высоты опущенной из вершины A.

1. A(2,0,0) B(-2,0,-1) C(1,4,2) D(3,0,6)
2. A(-2,0,2) B(0,0,4) C(3,2,5) D(1,3,2)
3. A(1,2,3) B(2,0,0) C(3,2,5) D(4,0,0)
4. A(3,0,6) B(1,-3,2) C(3,2,5) D(2,2,5)
5. A(-2,0,-1) B(0,0,4) C(1,3,2) D(3,2,7)
6. A(1,-2,1) B(0,0,4) C(1,4,2) D(2,0,0)
7. A(-2,1,0) B(3,2,7) C(2,2,5) D(6,1,5)
8. A(-1,3,0) B(2,0,0) C(4,-1,2) D(3,2,7)
9. A(6,1,5) B(5,1,0) C(-4,1,-2) D(-6,0,5)
10. A(1,-1,6) B(-5,-1,0) C(4,0,0) D(2,2,5)
11. A(0,3,2) B(-1,3,6) C(-2,4,2) D(0,5,4)
12. A(-1,2,0) B(-2,2,4) C(-3,3,0) D(-1,4,2)
13. A(2,2,3) B(1,2,7) C(0,3,3) D(2,4,5)
14. A(0,-1,2) B(-1,-1,6) C(-2,0,2) D(0,1,4)
15. A(3,0,2) B(2,0,6) C(1,1,2) D(3,2,4)
16. A(0,2,-1) B(-1,2,3) C(-2,3,-1) D(0,4,1)
17. A(2,3,2) B(1,3,6) C(0,4,2) D(2,5,4)
18. A(-1,0,2) B(-2,0,6) C(-3,1,2) D(-1,2,4)
19. A(2,0,3) B(1,0,7) C(0,1,3) D(2,2,5)
20. A(2,-1,2) B(1,-1,6) C(0,0,2) D(2,1,4)
21. A(1,3,6) B(2,2,1) C(-1,0,1) D(-4,6,-3)
22. A(-4,2,6) B(2,-3,0) C(-10,5,8) D(-5,2,-4)
23. A(7,2,4) B(7,-1,-2) C(3,3,1) D(-4,2,1)
24. A(2,1,4) B(-1,5,-2) C(-7,-3,2) D(-6,-3,6)
25. A(-1,-5,2) B(-6,0,-3) C(3,6,-3) D(-10,6,7)
26. A(0,-1,-1) B(-2,3,5) C(1,-5,-9) D(-1,-6,3)
27. A(5,2,0) B(2,5,0) C(1,2,4) D(-1,1,1)
28. A(2,-1,-2) B(1,2,1) C(5,0,-6) D(-10,9,-7)
29. A(-2,0,-4) B(-1,7,1) C(4,-8,-4) D(-2,2,-1)
30. A(14,4,5) B(-5,-3,2) C(-2,-6,-3) D(-2,2,-1)

ЗАДАНИЕ 6. На плоскости даны три точки A, B, C

1) Составить уравнение линии, каждая точка которой расположена от точки A в три раза дальше, чем от точки B;

2) Составить уравнение прямой, проходящей через точку A и начало координат;

3) Составить уравнение прямой, проходящей через точки B и C. Найти точку пересечения полученной прямой с прямой, проходящей через точку A и начало координат. Найти угол между прямыми;

4) Напишите уравнение прямой, проходящей через точку A, параллельно прямой BC, перпендикулярно прямой BC;

5) Определите расстояние от точки A до прямой BC,

6)* В треугольнике ABC из вершины B опущена высота. Определите, к какой из сторон ближе расположена середина этой высоты;

К заданиям 1- 6 сделать рисунки.

- | | |
|-----------------------------|-------------------------------|
| 1. A(-1,-1) B(1,3) C(4,-1) | 2. A(-1,-2) B(2,3) C(5,-2) |
| 3. A(-4,2) B(2,6) C(3,-5) | 4. A(-5,-4) B(-4,3) C(1,2) |
| 5. A(-2,-3) B(-1,4) C(4,-2) | 6. A(-6,-1) B(-4,3) C(3,2) |
| 7. A(-3,-3) B(3,3) C(6,-2) | 8. A(-4,-3) B(-2,3) C(5,-2) |
| 9. A(-2,-2) B(-3,6) C(4,2) | 10. A(-5,-3) B(-2,4) C(5,-4) |
| 11. A(-1,4) B(2,3) C(4,-3) | 12. A(-2,5) B(3,4) C(5,-4) |
| 13. A(-2,5) B(3,4) C(5,-4) | 14. A(-3,6) B(4,5) C(6,-3) |
| 15. A(-3,6) B(2,3) C(4,-3) | 16. A(2,2) B(3,-4) C(-5,-5) |
| 17. A(3,3) B(4,-3) C(-4,-2) | 18. A(4,3) B(5,-3) C(-5,-4) |
| 19. A(-6,5) B(1,4) C(4,-2) | 20. A(-5,6) B(4,4) C(2,-4) |
| 21. A(3,8) B(2,-3) C(-4,1) | 22. A(4,7) B(3,-3) C(-2,-1) |
| 23. A(7,7) B(5,-3) C(-4,1) | 24. A(1,-5) B(-2,-3) C(-5,-1) |
| 25. A(2,-4) B(-1,-3) C(0,2) | 26. A(9,-5) B(-2,-3) C(-5,-1) |
| 27. A(8,9) B(5,-6) C(-4,-1) | 28. A(8,7) B(6,-3) C(-5,-4) |
| 29. A(7,7) B(7,-6) C(-6,-5) | 30. A(3,4) B(7,-6) C(-5,-2) |

ЗАДАНИЕ 7. Вычислить предел

$$1. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^3 + 3 \cdot x^2 - 4 \cdot x}{7 \cdot x^3 - 5 \cdot x^2 - 6}$$

$$3. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{9 \cdot x^6 + 8 \cdot x^5 - 4}{2 \cdot x^6 - 5 \cdot x^2 - 6}$$

$$5. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{20 + x^3 + x^4 + x^6 + x^8}{x^9 + x^7 + x^5}$$

$$7. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^2 - 3 \cdot x + 5}{4 \cdot x^2 + 5 \cdot x - 62}$$

$$9. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2 \cdot x^6 + 3 \cdot x^5 - 4}{x^4 - 34 \cdot x^2 - 6 \cdot x + 45}$$

$$11. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{21 \cdot x^3 + 31 \cdot x^2 - 42 \cdot x}{72 \cdot x^3 - 54 \cdot x^2 - 6 \cdot x - 12}$$

$$13. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot x^3 + 6 \cdot x^2 - 2 \cdot x - 22}{6 \cdot x^3}$$

$$15. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{21 \cdot x^7 - 5 \cdot x^4 - 3 \cdot x^2 - 1}{7 \cdot x^8 - 5 \cdot x^5 - 6 \cdot x^2 - 6}$$

$$17. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{32 \cdot x^5 - 3 \cdot x^3 - 3 \cdot x^2 + 6 \cdot x - 17}{-6 \cdot x^4 + 5 \cdot x^3}$$

$$19. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^4 + 7 \cdot x^2 - 4}{75 \cdot x^4 - 5 \cdot x^3 - 6}$$

$$21. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20 \cdot x^7 + 3 \cdot x^5 - 3 \cdot x}{5 \cdot x^2 - 6}$$

$$23. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^7 + 3 \cdot x^2 - 8 \cdot x}{7 \cdot x^7 - 5 \cdot x^5 - 6}$$

$$25. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{200 \cdot x^3 + 9 \cdot x - 4}{5 \cdot x^3 - 4 \cdot x^2 + 501}$$

$$27. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{20000 \cdot x^{1000} + 3 \cdot x^{200} - 4 \cdot x}{7 \cdot x^{999} - 5 \cdot x^{199} - 6}$$

$$29. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^5 + 301 \cdot x^4 - 4 \cdot x^3 + x^2 + x + 1}{x^3 - 5 \cdot x^2 - 5 \cdot x + 100}$$

$$2. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 \cdot x^4 + 3 \cdot x^3 - 24 \cdot x}{2 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 61}$$

$$4. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-5 \cdot x^5 + 6 \cdot x - 24}{x^3 - 5 \cdot x + 102}$$

$$6. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^9 + 3 \cdot x^3 + 44}{2 \cdot x^9 + 3}$$

$$8. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{44 \cdot x^5 + 3 \cdot x^3 - 24 \cdot x}{2 \cdot x^2}$$

$$10. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot x^9 + 7 \cdot x^7 - 24 \cdot x^5 + 7 \cdot x^3}{2 \cdot x^9 - 5 \cdot x^7 - 61 \cdot x^4}$$

$$12. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{15 \cdot x^4 + 13 \cdot x^3 - 124 \cdot x}{2 \cdot x^2 - x - 61}$$

$$14. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{-32 \cdot x^{15} + 6 \cdot x^{13} - 6}{21 \cdot x^{15} - 5 \cdot x - 61}$$

$$16. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot x^{1996} + 3 \cdot x^3 - 24 \cdot x}{4 \cdot x^{1996} + x^{1994} + 3}$$

$$18. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2 \cdot x^2 + 3 \cdot x^4 + 6 \cdot x^7}{x + 2 \cdot x^2 + 5 \cdot x^7}$$

$$20. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{5 \cdot x^{24} + 3 \cdot x^{23} - 24 \cdot x}{2 \cdot x^{23} - 5 \cdot x^{24} - 61}$$

$$22. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + x^3 + 3 \cdot x^2 - 24 \cdot x}{2 \cdot x^2 - 5 \cdot x - 61}$$

$$24. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4 \cdot x^4 + 7 \cdot x^3 + 2 \cdot x^2 - 709}{7 \cdot x^5 - 6 \cdot x^4}$$

$$26. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^5 + 8 \cdot x^3 - 4}{23 \cdot x^5 - 333 \cdot x - 61}$$

$$28. \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 \cdot x^9 + 5 \cdot x^2 - 241}{2 \cdot x^9 - 5 \cdot x^5 - 61}$$

$$30. \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{7 \cdot x^4 + 34 \cdot x^2 - 24 \cdot x + 15}{22 \cdot x^5 - 5 \cdot x^4 - 61 \cdot x^3 + 21}$$

ЗАДАНИЕ 8. Вычислить предел функции

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2 \cdot x - 1) \cdot (x + 1)}{x^4 + 4 \cdot x^2 - 5}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3 \cdot x - 2}{x + x^2}$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3 \cdot x + 2)^2}{x^3 + 2 \cdot x^2 - x - 2}$$

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2 \cdot x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2 \cdot x^2 - x - 2}$$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2 \cdot x - 3)^2}{x^3 + 4 \cdot x^2 + 3 \cdot x}$$

$$6. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2 \cdot x - 1)^2}{x^4 + 2 \cdot x + 1}$$

$$7. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3 \cdot x)}{x + x^5}$$

$$8. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2 \cdot x + 1}{2 \cdot x^2 - x - 1}$$

$$9. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3 \cdot x - 2}{x^2 - x - 2}$$

$$10. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5 \cdot x^2 + 7 \cdot x + 3}{x^3 + 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x}$$

$$11. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3 \cdot x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$12. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5 \cdot x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$13. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4 \cdot x^2 + 5 \cdot x + 2}{x^3 - 3 \cdot x - 2}$$

$$14. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2 \cdot x^4 - x^2 - 1}$$

$$15. \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 4}{x^3 + 3 \cdot x^2 - 4}$$

$$16. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 5 \cdot x^2 + 8 \cdot x - 4}{x^3 - 3 \cdot x^2 + 4}$$

$$17. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 6 \cdot x^2 + 12 \cdot x + 8}{x^3 - 3 \cdot x^2 + 4}$$

$$18. \quad \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5 \cdot x^2 + 8 \cdot x + 4}{x^3 + 7 \cdot x^2 + 16 \cdot x + 12}$$

$$19. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3 \cdot x - 2}{(x^2 - x - 2)^2}$$

$$20. \quad \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3 \cdot x - 2}{x - 2}$$

$$21. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3 \cdot x - 2}{x^2 + 2 \cdot x + 1}$$

$$22. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2 \cdot x + 1}{x^3 - x^2 - x + 1}$$

$$23. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2 \cdot x^4 - x^2 - 1}$$

$$24. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 3 \cdot x + 2}{x^3 + 2 \cdot x^2 - x - 2}$$

$$25. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \cdot x^2 - x - 1}{x^3 + 2 \cdot x^2 - x - 2}$$

$$26. \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 + 2 \cdot x - 3}{x^3 + 4 \cdot x^2 + 3 \cdot x}$$

$$27. \quad \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2 \cdot x - 1}{x^4 + 2 \cdot x + 1}$$

$$28. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1 + x)^3 - (1 + 3 \cdot x)}{x^2 + x^5}$$

$$29. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{2 \cdot x^2 - x - 1}$$

$$30. \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 7 \cdot x^2 + 15 \cdot x + 9}{x^3 + 8 \cdot x^2 + 21 \cdot x + 18}$$

ЗАДАНИЕ 9. Вычислить предел функции.

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin(4 \cdot x)}$$

$$3. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \cdot x^2 - 5 \cdot x}{\sin(3 \cdot x)}$$

$$5. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{4 \cdot x}{\operatorname{tg}[\pi \cdot (2 + x)]}$$

$$7. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)^3}{4 \cdot x^2}$$

$$9. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2^x - 1}{\ln(1 + 2 \cdot x)}$$

$$11. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - 7 \cdot x)}{\sin[\pi \cdot (x + 7)]}$$

$$13. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \cdot \ln(1 - 2 \cdot x)}{4 \cdot \operatorname{arctg}(3 \cdot x)}$$

$$15. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(7 \cdot x)}{x^2 + \pi \cdot x}$$

$$17. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot \sin[\pi \cdot (x + 1)]}{\ln(1 + 2 \cdot x)}$$

$$19. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 + x} - 1}{\sin[\pi \cdot (x + 2)]}$$

$$21. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{\cos(x)}}{x \cdot \sin(x)}$$

$$23. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{4 \cdot x} - 1}{\sin\left[\pi \cdot \left(\frac{x}{2} + 1\right)\right]}$$

$$25. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x)^2 - \operatorname{tg}(x)^2}{x^4}$$

$$27. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}(x) - \sin(x)}{x \cdot (1 - \cos(2 \cdot x))}$$

$$29. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg}\left[\pi \cdot \left(1 + \frac{x}{2}\right)\right]}{\ln(x + 1)}$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(10 \cdot x)}{(e^x)^2 - 1}$$

$$4. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(2 \cdot x)}{\cos(7 \cdot x) - \cos(3 \cdot x)}$$

$$6. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot x}{\operatorname{tg}\left[2 \cdot \pi \cdot \left(x + \frac{1}{2}\right)\right]}$$

$$8. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(3 \cdot x)}{\sqrt{2 + x} - \sqrt{2}}$$

$$10. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2 \cdot x)}{\sin[2 \cdot \pi \cdot (x + 10)]}$$

$$12. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos\left(x + 5 \cdot \frac{\pi}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}(x)}{\arcsin(2 \cdot x^2)}$$

$$14. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \sqrt{3 \cdot x + 1}}{\cos\left(\pi \cdot \frac{x + 1}{2}\right)}$$

$$16. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{4 + x} - 2}{3 \cdot \operatorname{arctg}(x)}$$

$$18. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(2 \cdot x) - \cos(x)}{1 - \cos(x)}$$

$$20. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin[5 \cdot (x + \pi)]}{e^{3 \cdot x} - 1}$$

$$22. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{\arcsin(2 \cdot x)}{2^{-(3 \cdot x)} - 1} \cdot \ln 2 \right]$$

$$24. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{(e^{3 \cdot x} - 1)^2}$$

$$26. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin(2 \cdot x)}{\ln(e - x) - 1}$$

$$28. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x^2 + 1)}{1 - \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$30. \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \cdot (e^{\pi \cdot x} - 1)}{3 \cdot \left[(1 + x)^{\frac{1}{3}} - 1 \right]}$$

ЗАДАНИЕ 10. Вычислить предел функции.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(2 \cdot x)}{x} \right)^{1+x}$
2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2+x}{3-x} \right)^x$
3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(4 \cdot x)}{x} \right)^{\frac{2}{x+2}}$
4. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{3 \cdot x} - 1}{x} \right)^{\cos\left(\frac{\pi}{4}+x\right)^2}$
5. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos(x)^{x+3}$
6. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^2+4}{x+2} \right)^{x^2+3}$
7. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x)}{6 \cdot x} \right)^{\frac{x}{x+2}}$
8. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg}(4 \cdot x)}{x} \right)^{2+x}$
9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{x^3} - 1}{x^2} \right)^{\frac{8 \cdot x+3}{1+x}}$
10. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x+2}{x+4} \right)^{\cos(x)}$
11. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(6 \cdot x)}{2 \cdot x} \right)^{2+x}$
12. $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{(e^x)^2 - 1}{x^2} \right]^{\frac{6}{1+x}}$
13. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(2 \cdot x)}{\sin(3 \cdot x)} \right)^{x^2}$
14. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3+8}{3 \cdot x^2+10} \right)^{x+2}$
15. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}\left(x + \frac{\pi}{3}\right)^{x+2}$
16. $\lim_{x \rightarrow 0} \sin(x+2)^{\frac{3}{3+x}}$
17. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^{2 \cdot x} - 1}{x} \right)^{x+1}$
18. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^4+5}{x+10} \right)^{\frac{4}{x+2}}$
19. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{11 \cdot x+8}{12 \cdot x+1} \right)^{\cos(x)^2}$
20. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{x^3+1}{x^3+8} \right)^{\frac{2}{x+1}}$
21. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\ln(1+x^2)}{x^2} \right)^{\frac{3}{x+8}}$
22. $\lim_{x \rightarrow 0} \cos\left(\frac{x}{\pi}\right)^{1+x}$
23. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin(x)}{x} \right)^{\frac{2}{x+5}}$
24. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{arctg}(3 \cdot x)}{x} \right)^{x+2}$
25. $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{\cos(x^4)}$
26. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin(5 \cdot x^2)}{\sin(x)} \right)^{\frac{1}{x+6}}$
27. $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{4} - x\right)^{\frac{e^x-1}{x}}$
28. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(6 - \frac{5}{\cos(x)} \right)^{\operatorname{tg}(x)^2}$
29. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1+8 \cdot x}{2+11 \cdot x} \right)^{\frac{1}{x^2+1}}$
30. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\arcsin(x)^2}{\arcsin(4 \cdot x)^2} \right)^{2 \cdot x+1}$

ЗАДАНИЕ 11. Найти производную функции.

$$1. \quad y = 2 \cdot \frac{3 \cdot x^3 + 4 \cdot x^2 - x - 2}{15 \cdot \sqrt{1+x}}$$

$$2. \quad y = \frac{(2 \cdot x^2 - 1) \cdot \sqrt{1+x^2}}{3 \cdot x^3}$$

$$3. \quad y = \frac{x^4 - 8 \cdot x^2}{2 \cdot (x^2 - 4)}$$

$$4. \quad y = \frac{2 \cdot x^2 - x - 1}{3 \cdot \sqrt{2+4 \cdot x}}$$

$$5. \quad y = \frac{(1+x^8) \cdot \sqrt{1+x^2}}{12 \cdot x^{12}}$$

$$6. \quad y = \frac{x^2}{2 \cdot \sqrt{1-3 \cdot x^4}}$$

$$7. \quad y = \frac{(x^2 - 6) \cdot \sqrt{(4+x^2)^3}}{120 \cdot x^5}$$

$$8. \quad y = \frac{(x^2 - 8) \cdot \sqrt{x^2 - 8}}{6 \cdot x^3}$$

$$9. \quad y = \frac{4+3 \cdot x^3}{x \cdot \sqrt{(2+x^3)^3}}$$

$$10. \quad y = \sqrt{\frac{(1+x^{0.75})^2}{x^{1.5}}}$$

$$11. \quad y = \frac{x^6 + x^3 - 2}{\sqrt{1-x^3}}$$

$$12. \quad y = \frac{(x^2 - 2) \cdot \sqrt{4+x^2}}{24 \cdot x^3}$$

$$13. \quad y = \frac{1+x^2}{2 \cdot \sqrt{1+2 \cdot x^2}}$$

$$14. \quad y = \frac{\sqrt{x-1} \cdot (3 \cdot x + 2)}{4 \cdot x^2}$$

$$15. \quad y = \frac{\sqrt{(1+x^2)^3}}{3 \cdot x^3}$$

$$16. \quad y = \frac{x^6 + 8 \cdot x^3 - 128}{\sqrt{8-x^3}}$$

$$17. \quad y = \frac{\sqrt{2 \cdot x + 3} \cdot (x - 2)}{x^2}$$

$$18. \quad y = (1-x^2) \cdot \sqrt{x^3 + \frac{1}{x}}$$

$$19. \quad y = \frac{(2 \cdot x^2 + 3) \cdot \sqrt{x^2 - 3}}{9 \cdot x^3}$$

$$20. \quad y = \frac{x-1}{(x^2+5) \cdot \sqrt{x^2+5}}$$

$$21. \quad y = \frac{(2 \cdot x + 1) \cdot \sqrt{x^2 - x}}{x^2}$$

$$22. \quad y = 2 \cdot \frac{\sqrt{1-\sqrt{x}}}{\sqrt{1+\sqrt{x}}}$$

$$23. \quad y = \frac{1}{(x+2) \cdot \sqrt{x^2+4 \cdot x+5}}$$

$$24. \quad y = \frac{3 \cdot \sqrt{x^2+x+1}}{3 \cdot x^4 + 2 \cdot x + 1}$$

$$25. \quad y = 3 \cdot \frac{\sqrt{x+1}}{(x-1)^3}$$

$$26. \quad y = \frac{x+7}{6 \cdot \sqrt{x^2+2 \cdot x+7}}$$

$$27. \quad y = \frac{x \cdot \sqrt{x+1}}{x^2+x+1}$$

$$28. \quad y = \frac{x^2+2}{2 \cdot \sqrt{1-x^4}}$$

$$29. \quad y = \frac{(x+3) \cdot \sqrt{2 \cdot x-1}}{2 \cdot x+7}$$

$$30. \quad y = \frac{3 \cdot x + \sqrt{x}}{\sqrt{x^2+2}}$$

ЗАДАНИЕ 12. Найти производную функции.

1. $y = \operatorname{arctg}(x)^{0.5 \cdot \ln(\operatorname{arctg}(x))}$

2. $y = \sin(\sqrt{x})^{\ln(\sin(\sqrt{x}))}$

3. $y = \sin(x^{5 \cdot e^x})$

4. $y = \arcsin(x)^{e^x}$

5. $y = \ln(x)^{3^x}$

6. $y = x^{\arcsin(x)}$

7. $y = \operatorname{ctg}(3 \cdot x)^{2 \cdot e^x}$

8. $y = x^{e^{\operatorname{tg}(x)}}$

9. $y = \operatorname{tg}(x)^{4 \cdot e^x}$

10. $y = \cos(5 \cdot x)^{e^x}$

11. $y = (x \cdot \sin(x))^{\sin(x \cdot \sin(x))}$

12. $y = (x - 5)^{\operatorname{ch}(x)}$

13. $y = (x^3 + 4)^{\operatorname{tg}(x)}$

14. $y = x^{\sin(x^3)}$

15. $y = (x^2 - 1)^{\operatorname{sh}(x)}$

16. $y = (x^4 + 5)^{\operatorname{ctg}(x)}$

17. $y = \sin(x^{5^{0.5 \cdot x}})$

18. $y = (x^2 + 1)^{\cos(x)}$

19. $y = (x^{19})^x \cdot 19^x$

20. $y = (x^3)^x \cdot 2^x$

21. $y = \sin(\sqrt{x})^{e^x}$

22. $y = (x^e)^{\operatorname{ctg}(x)}$

23. $y = x^{e^{\cos(x)}}$

24. $y = x^{2 \cdot x} \cdot 5^x$

25. $y = x^{e^{\sin(x)}}$

26. $y = \operatorname{tg}(x)^{\ln\left(\operatorname{tg}\left(\frac{x}{4}\right)\right)}$

27. $y = x^{\operatorname{arctg}(x)}$

28. $y = (x^8 + 1)^{\operatorname{th}(x)}$

29. $y = x^{29^x} \cdot 29^x$

30. $y = \cos(2 \cdot x)^{\ln(\cos(2 \cdot x))}$

ЗАДАНИЕ 13. Найти производную функции.

1. $y^2 \cdot \sin(x) + 2 \cdot x^4 \cdot y^3 + x \cdot y - 12 \cdot x + 2 \cdot y = 0$

2. $\operatorname{tg}(x) \cdot y^4 + \ln(6 \cdot x^3) + x \cdot y^2 + 12 \cdot x + 9 = 0$

3. $\cos(\sin(x)) + \sqrt{\operatorname{tg}(2 \cdot x) \cdot y} + x \cdot y + 3 = 0$

4. $\sqrt{x + y^3} + \ln(y^4 + 1) + \sqrt{x^3} + 8 = 0$

5. $\operatorname{tg}(\sqrt{x \cdot y}) + y^5 \cdot x^2 + 12 \cdot x + y^2 + 3 = 0$

6. $\sqrt{x^2 + y^3} + \cos(x + y) + x \cdot y^2 + 6 = 0$

7. $\operatorname{ctg}(\ln(x \cdot y) + x^3) + 3 \cdot \cos(x) + \sqrt{y} = 0$

8. $\sqrt{x^3 + y^2 + 3} + \arcsin(2 \cdot x + 2) + 6 = 0$

9. $\sqrt{\cos(x + y^2)} + \operatorname{tg}(x^2 + y^4 + 4) + x + y + 2 = 0$

10. $\ln(\ln(x + y) + 3) + x + y = 0$

11. $\sqrt{\ln(x \cdot y)} + \cos(x + y^2) + x + y^4 + x \cdot y + 1 = 0$

12. $\ln(\operatorname{tg}(\sqrt{x})) + y^3 + x + x \cdot y + 78 = 0$

13. $\operatorname{arccctg}(x + y^3) + x \cdot \sin(y) + x \cdot \cos(x^2) + 3 = 0$

14. $\cos(\sin(x + y^2)) + \ln(\sqrt{x + 3} \cdot y) + x \cdot y + 3 = 0$

15. $\arcsin(x + y^2) + \ln(x) + \operatorname{tg}(y) + 5 = 0$

16. $\cos(\ln(x)) + x^5 \cdot y^4 + 2 \cdot x \cdot y + 4 \cdot x + 7 = 0$

17. $e^{x+2 \cdot y} + x \cdot \operatorname{tg}(x) + y^3 + 4 \cdot x = 0$

18. $3^{\cos(x \cdot y^2)} + \ln(\operatorname{tg}(\sqrt{x})) + x + 7 = 0$

19. $e^{\operatorname{tg}(x+y^3)} + \cos(3^x \cdot y) + x^3 + y = 0$

20. $\operatorname{arctg}(\sqrt{x+3}) + \cos(x^3 - y \cdot x) + x \cdot \operatorname{tg}x + y^9 = 0$

21. $\cos(\ln(x + 2 \cdot y^2)) + x^4 + y^5 + x \cdot y^2 + x = 0$

22. $e^{\sin(x+y^2)} + x^2 \cdot y^3 + x \cdot y + 2 \cdot x + 3 \cdot y + 8 = 0$

23. $4^{\operatorname{tg}(x+y^2)} + y \cdot \sin(\sqrt{x}) + x \cdot y^2 + 3 = 0$

24. $\frac{2}{\sqrt{x+y}^3} + x \cdot \sin(y) + 2 \cdot y^3 + 3 \cdot x + 9 = 0$

25. $3^{\sin(\sqrt{x+y})} + \frac{x}{x^2 + y} + 6 \cdot x + y + 2 = 0$

26. $\frac{\sin(2 \cdot x)}{\operatorname{tg}(2 + y^2)} + x + y \cdot \sin(y) + 13 \cdot x + 24 = 0$

27. $\frac{\ln(x)}{\sqrt{x+y}^3} + 13 \cdot \sin\left(\frac{y+2}{x+4}\right) + e^{2 \cdot x} + 13 \cdot x = 0$

28. $\frac{x + \sin(x^2 + 3)}{y^3 + 2 \cdot x^2 + 3 \cdot y + 6} + \ln(x) + y + 15 = 0$

29. $\operatorname{tg}(\sqrt{x^3}) + 4 \cdot \ln\left(\frac{x+3}{y^3}\right) \cdot y^7 + x + 2 = 0$

30. $\operatorname{tg}\left(\frac{x}{\sqrt{y^2 + 2 \cdot x}}\right) + \frac{3}{x} + \frac{2}{y^2 + 1} + \cos(x) + 7 = 0$

ЗАДАНИЕ 14. Провести полное исследование функции и построить график.

1. $y = (2 \cdot x + 3) \cdot e^{-2 \cdot (x+1)}$
2. $y = \frac{e^{2 \cdot (x+1)}}{2 \cdot (x+1)}$
3. $y = 3 \cdot \ln\left(\frac{x}{x-3}\right) - 1$
4. $y = (3-x) \cdot e^{x-2}$
5. $y = \frac{e^{2-x}}{2-x}$
6. $y = \ln\left(\frac{x}{x+2}\right) + 1$
7. $y = (x-2) \cdot e^{3-x}$
8. $y = \frac{e^{2 \cdot (x-1)}}{2 \cdot (x-1)}$
9. $y = 3 - 3 \cdot \ln\left(\frac{x}{x+4}\right)$
10. $y = -(2 \cdot x + 1) \cdot e^{2 \cdot (x+1)}$
11. $y = \frac{e^{2 \cdot (x+2)}}{2 \cdot (x+2)}$
12. $y = \ln\left(\frac{x}{x-2}\right) - 2$
13. $y = (2 \cdot x + 5) \cdot e^{-2 \cdot (x+2)}$
14. $y = \frac{e^{3-x}}{3-x}$
15. $y = 2 \cdot \ln\left(\frac{x}{x+1}\right) - 1$
16. $y = (4-x) \cdot e^{x-3}$
17. $y = \frac{-e^{-2 \cdot (x+2)}}{2 \cdot (x+2)}$
18. $y = 2 \cdot \ln\left(\frac{x+3}{x}\right) - 3$
19. $y = (2 \cdot x - 1) \cdot e^{2 \cdot (1-x)}$
20. $y = \frac{-e^{-(x+2)}}{x+2}$
21. $y = 2 \cdot \ln\left(\frac{x}{x-4}\right) - 3$
22. $y = -(x+1) \cdot e^{x-4}$
23. $y = \frac{e^{x+3}}{x+3}$
24. $y = \ln\left(\frac{x}{x+5}\right) - 1$
25. $y = -(2 \cdot x + 3) \cdot e^{2 \cdot (x+2)}$
26. $y = \frac{-e^{-2 \cdot (x-1)}}{2 \cdot (x-1)}$
27. $y = \ln\left(\frac{x-5}{x}\right) + 2$
28. $y = (x+4) \cdot e^{-(x+3)}$
29. $y = \frac{e^{x-3}}{x-3}$
30. $y = \ln\left(\frac{x+6}{x}\right) - 1$

Задача 15. Вычислить неопределенный интеграл.

1. $\int (4 - 3x)e^{-3x} dx.$

2. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{4x - 1} dx.$

3. $\int (3x + 4)e^{3x} dx.$

4. $\int (4x - 2) \cos 2x dx.$

5. $\int (4 - 16x) \sin 4x dx.$

6. $\int (5x - 2)e^{3x} dx.$

7. $\int (1 - 6x)e^{2x} dx.$

8. $\int \ln(x^2 + 4) dx.$

9. $\int \ln(4x^2 + 1) dx.$

10. $\int (2 - 4x) \sin 2x dx.$

11. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{6x - 1} dx.$

12. $\int e^{-2x} (4x - 3) dx.$

13. $\int e^{-3x} (2 - 9x) dx.$

14. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{2x - 1} dx.$

15. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{3x - 1} dx.$

16. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{5x - 1} dx.$

17. $\int (5x + 6) \cos 2x dx.$

18. $\int (3x - 2) \cos 5x dx.$

19. $\int (x\sqrt{2} - 3) \cos 2x dx.$

20. $\int (4x + 7) \cos 3x dx.$

21. $\int (2x - 5) \cos 4x dx.$

22. $\int (8 - 3x) \cos 5x dx.$

23. $\int (x + 5) \sin 3x dx.$

24. $\int (2 - 3x) \sin 2x dx.$

25. $\int (4x + 3) \sin 5x dx.$

26. $\int (7x - 10) \sin 4x dx.$

27. $\int (\sqrt{2} - 8x) \sin 3x dx.$

28. $\int \frac{x dx}{\cos^2 x}.$

29. $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}.$

30. $\int x \sin^2 x dx.$

Задача 16. Вычислить определенные интегралы.

1. $\int_{-2}^0 (x^2 + 5x + 6) \cos 2x dx.$

2. $\int_{-2}^0 (x^2 - 4) \cos 3x dx.$

3. $\int_{-1}^0 (x^2 + 4x + 3) \cos x dx.$

4. $\int_{-2}^0 (x + 2)^2 \cos 3x dx.$

5. $\int_{-4}^0 (x^2 + 7x + 12) \cos x dx.$

6. $\int_0^{\pi} (2x^2 + 4x + 7) \cos 2x dx.$

7. $\int_0^{\pi} (9x^2 + 9x + 11) \cos 3x dx.$

8. $\int_0^{\pi} (8x^2 + 16x + 17) \cos 4x dx.$

9. $\int_0^{2\pi} (3x^2 + 5) \cos 2x dx.$

10. $\int_0^{2\pi} (2x^2 - 15) \cos 3x dx.$

11. $\int_0^{2\pi} (3 - 7x^2) \cos 2x dx.$

12. $\int_0^{2\pi} (1 - 8x^2) \cos 4x dx.$

13. $\int_{-1}^0 (x^2 + 2x + 1) \sin 3x dx.$

14. $\int_0^3 (x^2 - 3x) \sin 2x dx.$

15. $\int_0^{\pi} (x^2 - 3x + 2) \sin x dx.$

16. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 5x + 6) \sin 3x dx.$

17. $\int_{-3}^0 (x^2 + 6x + 9) \sin 2x dx.$

18. $\int_0^{\frac{\pi}{4}} (x^2 + 17,5) \sin 2x dx.$

19. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (1-5x^2) \sin x dx.$

20. $\int_{\frac{\pi}{4}}^3 (3x-x^2) \sin 2x dx.$

21. $\int_1^2 x \ln^2 x dx.$

22. $\int_1^{e^2} \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt{x}}.$

23. $\int_1^8 \frac{\ln^2 x dx}{\sqrt[3]{x^2}}.$

24. $\int_0^1 (x+1) \ln^2 (x+1) dx.$

25. $\int_2^3 (x-1)^3 \ln^2 (x-1) dx.$

26. $\int_{-1}^0 (x+2)^3 \ln^2 (x+2) dx.$

27. $\int_0^2 (x+1)^2 \ln^2 (x+1) dx.$

28. $\int_1^e \sqrt{x} \ln^2 x dx.$

29. $\int_{-1}^1 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx.$

30. $\int_0^1 x^2 e^{3x} dx.$

Задача 17. Найти неопределенные интегралы.

1. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}.$

2. $\int \frac{1+\ln x}{x} dx.$

3. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2-1}}.$

4. $\int \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$

5. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}.$

6. $\int \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

7. $\int \operatorname{tg} x \ln \cos x dx.$

8. $\int \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx.$

9. $\int \frac{x^3}{(x^2+1)^2} dx.$

10. $\int \frac{1-\cos x}{(x-\sin x)^3} dx.$

11. $\int \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^5} dx.$

12. $\int \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^2} dx.$

13. $\int \frac{x^3+x}{x^4+1} dx.$

14. $\int \frac{xdx}{\sqrt{x^4-x^2-1}}.$

15. $\int \frac{xdx}{\sqrt[3]{x-1}}.$

16. $\int \frac{1+\ln(x-1)}{x-1} dx.$

17. $\int \frac{(x^2+1)dx}{(x^3+3x+1)^5}.$

18. $\int \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1+x^2} dx.$

19. $\int \frac{x^3}{x^2+4} dx.$

20. $\int \frac{x+\cos x}{x^2+2\sin x} dx.$

21. $\int \frac{2\cos x + 3\sin x}{(2\sin x - 3\cos x)^3} dx.$

22. $\int \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx.$

23. $\int \frac{1/(2\sqrt{x})+1}{(\sqrt{x+x})^2} dx.$

24. $\int \frac{x}{x^4+1} dx.$

25. $\int \frac{x+1/x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$

26. $\int \frac{x-1/x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$

27. $\int \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx.$

28. $\int \frac{x - (\operatorname{arctg} x)^4}{1+x^2} dx.$

29. $\int \frac{x^3}{x^2+1} dx.$

30. $\int \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$

Задача 18. Вычислить определенные интегралы.

$$1. \int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1 + \ln(x-1)}{x-1} dx.$$

$$2. \int_0^1 \frac{(x^2+1) dx}{(x^3+3x+1)^2}.$$

$$3. \int_0^1 \frac{4 \operatorname{arctg} x - x}{1+x^2} dx.$$

$$4. \int_0^2 \frac{x^3 dx}{x^2+4}.$$

$$5. \int_{\pi}^{2\pi} \frac{x + \cos x}{x^2 + 2 \sin x} dx.$$

$$6. \int_0^{\pi/4} \frac{2 \cos x + 3 \sin x}{(2 \sin x - 3 \cos x)^3} dx.$$

$$7. \int_0^{1/2} \frac{8x - \operatorname{arctg} 2x}{1+4x^2} dx.$$

$$8. \int_1^4 \frac{1/(2\sqrt{x}) + 1}{(\sqrt{x} + x)^2} dx.$$

$$9. \int_0^1 \frac{x dx}{x^4+1}.$$

$$10. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x + 1/x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

$$11. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{x - 1/x}{\sqrt{x^2+1}} dx.$$

$$12. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{\operatorname{arctg} x + x}{1+x^2} dx.$$

$$13. \int_0^{\sqrt{3}} \frac{x - (\operatorname{arctg} x)^4}{1+x^2} dx.$$

$$14. \int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1} dx.$$

$$15. \int_0^{\sin 1} \frac{(\arcsin x)^2 + 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$16. \int_1^3 \frac{1 - \sqrt{x}}{\sqrt{x}(x+1)} dx.$$

$$17. \int_{\sqrt{3}}^{\sqrt{8}} \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}.$$

$$18. \int_1^e \frac{1 + \ln x}{x} dx.$$

$$19. \int_{\sqrt{2}}^2 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}.$$

$$20. \int_1^e \frac{x^2 + \ln x^2}{x} dx.$$

$$21. \int_0^1 \frac{x dx}{\sqrt{x^4+x^2+1}}.$$

$$22. \int_0^1 \frac{x^3 dx}{(x^2+1)^2}.$$

$$23. \int_0^{\pi/4} \operatorname{tg} x \ln \cos x dx.$$

$$24. \int_{-1}^0 \frac{\operatorname{tg}(x+1)}{\cos^2(x+1)} dx.$$

$$25. \int_0^{1/\sqrt{2}} \frac{(\arccos x)^3 - 1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$26. \int_{\pi}^{2\pi} \frac{1 - \cos x}{(x - \sin x)^2} dx.$$

$$27. \int_0^{\pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{(\cos x + \sin x)^5} dx.$$

$$28. \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^2} dx.$$

$$29. \int_0^1 \frac{x^3 + x}{x^4 + 1} dx.$$

$$30. \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{x dx}{\sqrt{x^4 - x^2 - 1}}.$$

Задача 19. Найти неопределенные интегралы.

$$1. \int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx.$$

$$2. \int \frac{3x^3+1}{x^2-1} dx.$$

$$3. \int \frac{x^3-17}{x^2-4x+3} dx.$$

$$4. \int \frac{2x^3+5}{x^2-x-2} dx.$$

$$5. \int \frac{2x^3-1}{x^2+x-6} dx.$$

$$6. \int \frac{3x^3+25}{x^2+3x+2} dx.$$

7.
$$\int \frac{x^3 + 2x^2 + 3}{(x-1)(x-2)(x-3)} dx.$$

9.
$$\int \frac{x^3}{(x-1)(x+1)(x+2)} dx.$$

11.
$$\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-3)x} dx.$$

13.
$$\int \frac{3x^3 - 2}{x^3 - x} dx.$$

15.
$$\int \frac{x^5 - x^3 + 1}{x^2 - x} dx.$$

17.
$$\int \frac{2x^5 - 8x^3 + 3}{x^2 - 2x} dx.$$

19.
$$\int \frac{-x^5 + 9x^3 + 4}{x^2 + 3x} dx.$$

21.
$$\int \frac{x^3 - 5x^2 + 5x + 23}{(x-1)(x+1)(x-5)} dx.$$

23.
$$\int \frac{2x^4 - 5x^2 - 8x - 8}{x(x-2)(x+2)} dx.$$

25.
$$\int \frac{3x^4 + 3x^3 - 5x^2 + 2}{x(x-1)(x+2)} dx.$$

27.
$$\int \frac{x^5 - x^4 - 6x^3 + 13x + 6}{x(x-3)(x+2)} dx.$$

29.
$$\int \frac{2x^4 + 2x^3 - 3x^2 + 2x - 9}{x(x-1)(x+3)} dx.$$

8.
$$\int \frac{3x^3 + 2x^2 + 1}{(x+2)(x-2)(x-1)} dx.$$

10.
$$\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-3)(x-2)} dx.$$

12.
$$\int \frac{4x^3 + x^2 + 2}{x(x-1)(x-2)} dx.$$

14.
$$\int \frac{x^3 - 3x^2 - 12}{(x-4)(x-2)x} dx.$$

16.
$$\int \frac{x^5 + 3x^3 - 1}{x^2 + x} dx.$$

18.
$$\int \frac{3x^5 - 12x^3 - 7}{x^2 + 2x} dx.$$

20.
$$\int \frac{-x^5 + 25x^3 + 1}{x^2 + 5x} dx.$$

22.
$$\int \frac{x^5 + 2x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 7x + 9}{(x+3)(x-1)x} dx.$$

24.
$$\int \frac{4x^4 + 2x^2 - x - 3}{x(x-1)(x+1)} dx.$$

26.
$$\int \frac{2x^4 + 2x^3 - 41x^2 + 20}{x(x-4)(x+5)} dx.$$

28.
$$\int \frac{3x^3 - x^2 - 12x - 2}{x(x+1)(x-2)} dx.$$

30.
$$\int \frac{2x^3 - x^2 - 7x - 12}{x(x-3)(x+1)} dx.$$

Задача 20. Вычислить площади фигур, ограниченных графиками функций.

1.
$$\begin{aligned} y &= (x-2)^3, \\ y &= 4x-8. \end{aligned}$$

2.
$$\begin{aligned} y &= x\sqrt{9-x^2}, \quad y=0, \\ &(0 \leq x \leq 3). \end{aligned}$$

3.
$$\begin{aligned} y &= 4-x^2, \\ y &= x^2-2x. \end{aligned}$$

4.
$$\begin{aligned} y &= \sin x \cos^2 x, \quad y=0, \\ &(0 \leq x \leq \pi/2). \end{aligned}$$

5.
$$\begin{aligned} y &= \sqrt{4-x^2}, \quad y=0, \\ x &= 0, \quad x=1. \end{aligned}$$

6.
$$\begin{aligned} y &= x^2\sqrt{4-x^2}, \quad y=0, \\ &(0 \leq x \leq 2). \end{aligned}$$

$$7. \quad y = \cos x \sin^2 x, \quad y = 0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

$$8. \quad y = \sqrt{e^x - 1}, \quad y = 0, \\ x = \ln 2.$$

$$9. \quad y = \frac{1}{x\sqrt{1+\ln x}}, \quad y = 0, \\ x = 1, \quad x = e^3.$$

$$10. \quad y = \arccos x, \quad y = 0, \\ x = 0.$$

$$11. \quad y = (x+1)^2, \\ y^2 = x+1.$$

$$12. \quad y = 2x - x^2 + 3, \\ y = x^2 - 4x + 3.$$

$$11. \quad y = x\sqrt{36-x^2}, \quad y = 0, \\ (0 \leq x \leq 6).$$

$$14. \quad x = \arccos y, \quad x = 0, \\ y = 0.$$

$$15. \quad y = \operatorname{arctg} x, \quad y = 0, \\ x = \sqrt{3}.$$

$$16. \quad y = x^2\sqrt{8-x^2}, \quad y = 0, \\ (0 \leq x \leq 2\sqrt{2}).$$

$$17. \quad x = \sqrt{e^y - 1}, \quad x = 0, \\ y = \ln 2.$$

$$18. \quad y = x\sqrt{4-x^2}, \quad y = 0, \\ (0 \leq x \leq 2).$$

$$19. \quad y = \frac{x}{1+\sqrt{x}}, \quad y = 0, \\ x = 1.$$

$$20. \quad y = \frac{1}{1+\cos x}, \quad y = 0, \\ x = \pi/2, \quad x = -\pi/2.$$

$$21. \quad x = (y-2)^3, \\ x = 4y-8.$$

$$22. \quad y = \cos^5 x \sin 2x, \quad y = 0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$

$$23. \quad y = \frac{x}{(x^2+1)^2}, \quad y = 0, \\ x = 1.$$

$$24. \quad x = 4 - y^2, \\ x = y^2 - 2y.$$

$$25. \quad x = \frac{1}{y\sqrt{1+\ln y}}, \quad x=0, \\ y=1, \quad y=e^3.$$

$$26. \quad y = \frac{e^{1/x}}{x^2}, \quad y=0, \\ x=2, \quad x=1.$$

$$27. \quad y = x^2\sqrt{16-x^2}, \quad y=0, \\ (0 \leq x \leq 4).$$

$$28. \quad x = \sqrt{4-y^2}, \quad x=0, \\ y=0, \quad y=1.$$

$$29. \quad y = (x-1)^2, \\ y^2 = x-1.$$

$$30. \quad y = x^2 \cos x, \quad y=0, \\ (0 \leq x \leq \pi/2).$$